LIMITI

Panoramica, *limiti fondamentali*, *forme indeterminate*, formulario dei limiti notevoli, esercizi svolti; pagine a parte per regola De l'Hopital. e per il Teorema del confronto

Panoramica

- operazioni con i limiti (somma, differenza, prodotto, …
- <*wikip*> il limite di una funzione *e* forme indeterminate; *quando si può dire che il limite non esiste*?
- <*wikip* *matemat* *youmath*> limiti notevoli (tabella);
- *funzioni iperboliche* sinh, cosh tgh e relativi *limiti* *notevoli*
- <*wikip*> discontinuità di 1ª, 2ª, 3ª specie

Esercizi svolti

- <*edutecnica*, *lorenzoroi*, *google*, *UniMI*, *UniRM*, > con forme indeterminate e limiti notevoli
- un tema di 4ª ITI con limiti e derivate
- <*matematicamente.it*> da casi semplici a casi più complessi
- **alcuni** svolti da me e pure sul limite del rapporto incrementale per ricavare la derivata di una funzione

[Pagina senza pretese di esaustività o imparzialità, modificata 27/11/2023; col colore grigio distinguo i miei commenti rispetto al testo attinto da altri]

Pagine correlate: matematica medie e superiori; studi di funzione, limiti con regola di De l'Hopital; limiti col Teorema del confronto; asintoti obliqui

↑2020.11.03 Per risolvere alcuni limiti di funzioni esponenziali quando la base è una funzione (ad esempio trigonometrica) del tipo $\lim f(x)^{g(x)}$ potrebbe essere opportuno scrivere la funzione in modo che **la dipendenza da x sia solo nell'esponente** e non anche nella base, il che si può fare tenendo presente che

$$f(x)^{g(x)} = e^{g(x)\ln f(x)}$$

(Se non fosse chiaro il perché della suddetta eguaglianza, ricorda che per $\forall x \neq 0$ abbiamo $x = e^{\ln x}$ che vale anche quando $x = A^B$, dunque $A^B = e^{\ln A^B} = e^{B\ln A}$. In particolare $a^x = e^{x\ln a}$)

Applichiamo il suddetto criterio nel seguente caso

$$\lim_{x\to 0}(\cos x)^{\frac{1}{x^2}} = ?$$

$$\lim_{x\to 0} e^{\frac{\ln(\cos x)}{x^2}}$$

e consideriamo il solo esponente

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+(\cos x-1))}{x^2} = \lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+(\cos x-1))}{\cos x-1}\frac{\cos x-1}{x^2} = 1(-\frac{1}{2})$$

(l'abbiamo calcolato dalla tabella dei limiti notevoli); dunque il nostro limite cercato è

$$e^{-\frac{1}{2}}$$

Un altro criterio importante da usare è quelle funzioni asintotiche: $f(x)$si dice asintotica a $g(x)$ per $x \to x_0$ (si scrive $f(x) \sim g(x)$) quando

$$\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)}{g(x)} = 1$$

Usiamo i suddetti due criteri per risolvere il limite

$$\lim_{x\to 0^+}(\sin x)^{\frac{1}{\ln x}} = ?$$

applichiamo dapprima il criterio di portare la dipendenza da x sia solo nell'esponente

$$\lim_{x\to 0^+}(\sin x)^{\frac{1}{\ln x}} = \lim_{x\to 0^+} e^{\frac{1}{\ln x}\ln(\sin x)}$$

e concentriamoci sull'esponente

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{\ln(\sin x)}{\ln x} = 1$$

siccome $\lim_{x\to 0^+}\frac{\sin x}{x} = 1$

possiamo dire che per $x \to 0^+$ $\sin x \sim x$ quindi sostituiamo $\sin x$ con x nell'argomento del logaritmo ottenendo

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{\ln x}{\ln x} = 1$$

se il limite dell'esponente è 1, otteniamo $e^1 = e$

Analogamente risolveremmo il limite di

$$\lim_{x\to 0}(\sin\ (x^2))^{\frac{1}{\ln(x^2)}} = ?$$

sostituendo con $y = x^2$