319 $\displaystyle\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{2x-2}-\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}-\sqrt{3x-5}}$ $\left[-\frac{1}{2}\right]$ **321**

320 $\displaystyle\lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{2x-4}-\sqrt{x}}{\sqrt{x^2-7}-\sqrt{x+5}}$ $\left[\frac{3}{14}\right]$ **322**

Esercizi di ricapitolazione

Calcolare i seguenti limiti.

323 $\displaystyle\lim_{x\to\sqrt{2}}\frac{x^4-4}{x^3-2\sqrt{2}}$

324 $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+4x}{x^4-4x^3+16x-16}$

325 $\displaystyle\lim_{x\to a}\frac{x^2-3ax+2a^2}{x^3-2ax^2+a^3}$ $\left[\text{se } a\neq 0:\ = \frac{1}{a}\right.$

326 $\displaystyle\lim_{x\to -a}\frac{x^3+a^3}{2x^3-a^2x+a^3}$

327 $\displaystyle\lim_{x\to -2}\frac{\sqrt{x+3}-\sqrt{5+2x}}{2-\sqrt{-x+2}}$ $[-2]$

328 $\displaystyle\lim_{x\to -1}\frac{x+\sqrt{2+x}}{2x+\sqrt{x+5}}$ $\left[\frac{2}{3}\right]$

329 $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{3-\sqrt{4x+1}}{x-\sqrt{4x-4}}$

$\left[+\infty \text{ per } x\to 2^-,\ -\infty \text{ per } x\to 2^+\right]$

323 una soluzione alternativa a Ruffini

per $\lim_{x \to \sqrt{2}} \dfrac{x^4 - 4}{x^3 - 2\sqrt{2}}$ forma indet. $\frac{0}{0}$

posso scrivere il denominatore come differenza di due cubi

$$x^3 - 2\sqrt{2} = x^3 - (\sqrt{2})^3$$ perché $2\sqrt{2} = \sqrt{4 \cdot 2} = \sqrt{8} = \sqrt{2^3}$

la differenza di 2 cubi $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

perciò $x^3 - (\sqrt{2})^3 = (x - \sqrt{2})(x^2 + \sqrt{2}x + 2)$

cerco di vedere se il numeratore si può scomporre in modo che contenga un fattore da semplificare col denominatore

$$x^4 - 4 = (x^2+2)(x^2-2)$$

anche questo si può intendere come diff. di 2 quadrati

$$(x^2 - 2) = (x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})$$

$$\lim_{x \to \sqrt{2}} \frac{x^4 - 4}{x^3 - (\sqrt{2})^3} = \lim_{x \to \sqrt{2}} \frac{(x^2+2)(x+\sqrt{2})\cancel{(x-\sqrt{2})}}{\cancel{(x-\sqrt{2})}(x^2 + \sqrt{2}x + 2)}$$

$$= \frac{(2+2)(\sqrt{2}+\sqrt{2})}{2+2+2} = \frac{4 \cdot 2\sqrt{2}}{6} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

non vedo nelle foto il risultato ma mi pare di ricordare...

però non vedo che sia molto più semplice di Ruffini, che rimane metodo principale quando un $P(x)$ va a zero per $x \to a$ $P(x) = (x-a)$ (quoziente Ruffini)

Con l'occasione ti mando anche
un'altra soluzione classica (razionalizzazione)

#327

$$\lim_{x\to -2} \frac{\sqrt{x+3}-\sqrt{5+2x}}{2-\sqrt{-x+2}} \quad \text{forma indeterm. } \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to -2} \frac{''}{''} \cdot \frac{2+\sqrt{-x+2}}{2+\sqrt{-x+2}} \quad \frac{\sqrt{x+3}+\sqrt{5+2x}}{\sqrt{x+3}+\sqrt{5+2x}} =$$

$$\lim_{x\to -2} \frac{x+3-(5+2x)}{4-(-x+2)} \cdot \frac{2+\sqrt{-x+2}}{\sqrt{x+3}+\sqrt{5+2x}}$$

$$\lim_{x\to -2} \frac{-x-2 \to -\cancel{(x+2)}}{\cancel{x+2}} \quad \frac{2+\sqrt{-x+2}}{\sqrt{x+3}+\sqrt{5+2x}} =$$

$$= - \frac{2+2}{1+1} = -\frac{4}{2} = -2$$

se tu mi mandassi le foto (complete di risultati) delle pagine degli esercizi sui limiti, potrei indicarti i più significativi

$\left[-\infty \text{ per } x \to -1^+, \; +\infty \text{ per } x \to -1^-\right]$

302 $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^3+1}{x^3+3x^2+3x+1}$ $[+\infty]$

303 $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^3-6x^2+9x}{x^3-13x+12}$ $[0]$

304 $\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}} \dfrac{2x^3-x^2+4x-2}{8x^3-1}$ $\left[\frac{3}{4}\right]$

305 $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2x^3-3x^2+1}{3x^3-8x^2+7x-2}$ $[3]$

306 $\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}} \dfrac{6x^2-5x+1}{4x^3-x}$ $\left[\frac{1}{2}\right]$

314 $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-4}{\sqrt{x+2}-2}$ $[16]$

315 $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x^2-x}$ $\left[\frac{1}{4}\right]$

316 $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{6-2x}{\sqrt{x^2-5}-2}$ $\left[-\frac{4}{3}\right]$

317 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2-\sqrt{4-x^2}}{x^2}$ $\left[\frac{1}{4}\right]$

318 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x^2+4}-2}{\sqrt{x^2+25}-5}$ $\left[\frac{5}{2}\right]$

#306

$$\lim_{x\to\frac{1}{2}} \frac{6x^2-5x+1}{x(4x^2-1)} \quad \frac{6\frac{1}{4}-5\cdot\frac{1}{2}+1}{\frac{1}{2}\left(4\frac{1}{4}-1\right)} \quad \frac{\frac{3}{2}-\frac{5}{2}+1}{0} \quad \frac{0}{0} \text{ indet.}$$

quando si può scomporre, scomponi

se $P(x)$ va a zero per $x\to\frac{1}{2}$ vuol dire che è divisibile per $\left(x-\frac{1}{2}\right)$ e posso trovare il quoziente con Ruffini, ma si può scomporre in fattori anche con i prodotti notevoli e il trinomio speciale

$$\frac{6x^2-3x-2x+1}{x(2x-1)(2x+1)} \quad \frac{3x(2x-1)-(2x-1)}{\sim\sim} = \frac{\cancel{(2x-1)}(3x-1)}{x\cancel{(2x-1)}(2x+1)}$$

$$\lim_{x\to\frac{1}{2}} \frac{3x-1}{x(2x+1)} = \frac{\frac{3}{2}-1}{\frac{1}{2}\cdot 2} = \frac{1}{2}$$

#316 sempre scomporre quando possibile

$$\lim_{x\to 3} \frac{2(3-x)}{\sqrt{x^2-5}-2}\cdot\frac{\sqrt{}+2}{\sqrt{}+2} = \lim_{x\to 3} \frac{2(3-x)\left(\sqrt{x^2-5}+2\right)}{x^2-5-4}$$

$$\lim_{x\to 3} \frac{2(3-x)\left(\sqrt{}+2\right)}{x^2-9} = \lim_{x\to 3} \frac{2\overset{-1}{\cancel{(3-x)}}\left(\sqrt{x^2-5}+2\right)}{\cancel{(x-3)}(x+3)}$$

$$\lim_{x\to 3} \frac{-2\left(\sqrt{x^2-5}+2\right)}{x+3} = \frac{-2(2+2)}{6} = -\frac{8}{6} = -\frac{4}{3}$$