OTTICA: *ONDE* e *ottica geometrica*

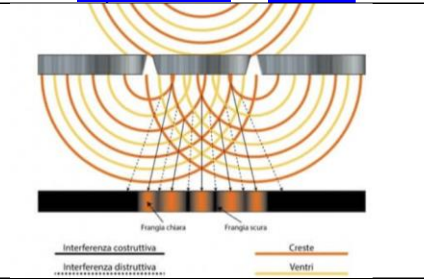
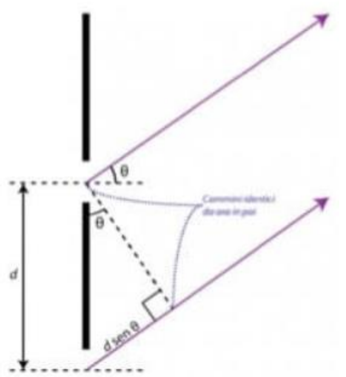
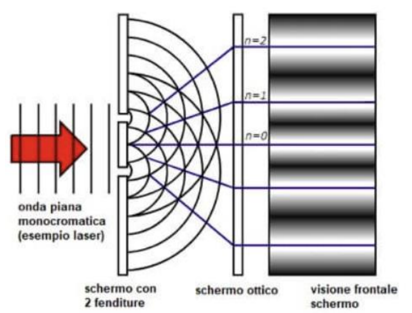
Scusa la banalità di questi appunti: ti sarei grato se mi segnalassi errori.
Alcuni concetti già trattammo in moto armonico, che qui si dà per noto pur riprendendoli, ma CONTINUA IN SEGUITO DEL SOMMARIO per precisazioni su forma d'ONDA, suo Periodo, Frequenza, Ampiezza, velocità di propagazione, lunghezza d'onda, onde *trasversali e longitudinali*, Sovrapposizione, Riflessione, Rifrazione, Dispersione, legge dei punti coniugati.
Un'onda avente periodo T che si propagasse con una velocità v percorrerebbe nel tempo T uno spazio λ detto lunghezza d'onda: $\lambda = v \cdot T = \frac{v}{f}$, ovvero $\boxed{v = \lambda \cdot f,}$ ovvero $f = \frac{v}{\lambda}$, e la sua propagazione in funzione della posizione e del tempo è descritta dalla funzione dell'**onda** $y(t,x) = A \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x\right)$ (il meno indica verso positivo) [ma qui è scritta diversamente $(x,t) = A \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x - \omega t\right)$]; potremmo scriverla anche così $y(t,x) = A \sin 2\pi \left(f \cdot t - \frac{1}{\lambda} x\right)$ dove $\frac{1}{\lambda}$ è detto numero d'onda una grandezza fisica proporzionale all'energia della radiazione.
Vedi anche intensità di un'onda sonora con conversione da $dedcibel$ a $\frac{W}{m^2}$.

[Pagina senza pretese di esaustività o imparzialità, modificata 19/04/2023; col colore grigio distinguo i miei commenti rispetto al testo attinto da altri]

Pagine correlate: aiuto allo studio in fisica; moto circolare e moto armonico

↑2023.04.10 <daUnLibroDiTesto> [CzzC: mi aiuto con tabella Excel per fare i calcoli]
#1 Una lastra di vetro (n=1,5) ha uno spessore pari a $4{,}0 \cdot 10^{-3}$ m; calcola quanto tempo impiega un raggio di luce ad attraversare la lastra quando vi incidesse perpendicolarmente.
Risp.: dalla legge fondamentale della *RIFRAZIONE* abbiamo $n = c/v_z$ calcolo la v_z velocità della luce nella lastra, e poi calcolerò il tempo di attraversamento come spazio fratto v_z

#19 l'*esperimento* di ***Young*** mostra la natura ondulatoria della luce col fenomeno della ***DIFFRAZIONE***

	sulla parete di fronte a **due fenditure** attraversate da una medesima sorgente di luce monocromatica si alternano frange chiare e scure dovute alla interferenza costruttiva* e distruttiva che avviene tra le due onde che si generano (secondo il *Principio di Huygens-Fresnel*) a partire dalle due fenditure, che abbiano larghezza molto piccola rispetto alla λ della luce e distanza d tra di loro molto minore della distanza L tra le fenditure e la parete.
	L'interferenza sarà costruttiva quando la differenza tra i cammini delle due onde sarà un numero pari di mezze lunghezza d'onda e sarà distruttiva quando tale differenza sarà un numero dispari di mezze lunghezze d'onda; la differenza dei due cammini $\lvert x_1 - x_2 \rvert = d \cdot \sin\theta$, perciò interferenza costruttiva quando $d \cdot \sin\theta = 2n \cdot \frac{\lambda}{2} = n\lambda$= interferenza distruttiva quando $d \cdot \sin\theta = (2n+1) \cdot \frac{\lambda}{2}$ Nota bene la relazione $\sin\theta = n\frac{\lambda}{d}$ che ritroveremo in altre forme di diffrazione con d che qui significa la distanza tra due fenditure, poi significherà la micro larghezza di un'unica fenditura, poi la micro distanza tra migliaia di micro fenditure nel reticolo di diffrazione
	Sulla parete di fronte si alternano frange chiare e oscure; la distanza Δ_s di una generica frangia chiara da quella centrale chiara è $\Delta_s = L \cdot \tan\theta$. Se consideriamo la prima frangia chiara a destra o a sinistra di quella centrale, l'angolo θ sarà tanto piccolo da poter approssimare $\tan\theta \sim \sin\theta$ dalla interferenza costruttiva avevamo trovato $d \cdot \sin\theta = \lambda$, quindi $\lambda = d \cdot \Delta_s/(nL)$ dove n=1 per la frangia del 1° ordine, 2 per la successiva ecc.

L'esperimento di Young permette di calcolare la lunghezza d'onda di una luce monocromatica misurando i suddetti valori d, Δ_s, L.
Ad esempio #19: se misurassimo $d = 6{,}0 \cdot 10^{-5} m,\ \Delta_s = 0{,}037\ m,\ L = 4{,}5\ m$, otterremmo $\lambda = 4{,}93 \cdot$

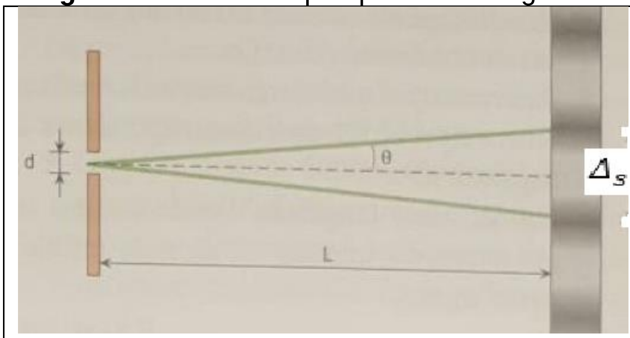
$10^{-7} m$ cioè 493 $nanometri$

Ad esempio #20: se sapessimo $\lambda = 380\ nm$ e misurassimo che la frangia chiara del primo ordine dista 1,2 cm dalla frangia chiara centrale, mentre la distanza delle due fenditure sia $d = 38\ \mu m$, otterremmo , $L = 1{,}2\ m$ (qui calcoli con Excel)

Nell'esempio #21risolto nel libro di testo, avevamo $d = 45{,}0\ \mu m$, $L = 1{,}50\ m$, $\Delta_s = 1{,}40\ cm$ per la frangia del 1° ordine; con tali dati si era trovato $\lambda = 420\ nm$, *valore che corrisponde al colore viola della luce visibile che varia tra 390 ai 700 nm*; siccome le frange sono equidistanti tra loro, quella del 2° ordine si trova a $\Delta_s = 2{,}80\ cm$

#22 se invece che in aria (~vuoto) l'esperimento #21 si facesse in acqua, lì la velocità della luce sarebbe $v_x = \frac{c}{n}$ con n *indice di rifrazione dell'acqua* ($n = 1{,}33$), quindi, dato che la frequenza $f = \frac{v}{\lambda}$ non cambia, si ridurrà di n la lunghezza d'onda e avremo $\lambda = \frac{420}{1{,}33} = 316\ nm$ (ultravioletto); stesso fattore di riduzione avremo anche per la distanza tra le frange, quindi $\Delta_s = \frac{2{,}80}{1{,}33} = 2{,}11\ cm$

#39 PREMESSA per la risoluzione dell'esercizio 39 è la conoscenza della diffrazione generata da una **singola fenditura** che può produrre frange di diffrazione su uno schermo lontano



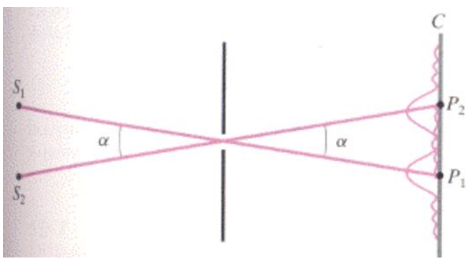
le n frange si produrrebbero con angoli θ tale che
$\sin\theta = n\lambda/d$
Siccome $\tan\theta = \frac{\Delta_s}{2L}$ e per θ molto piccoli vale
$\sin\theta \approx \theta \approx \tan\theta$
possiamo scrivere
$\lambda = d \cdot \Delta_s/(2nL)$
Nota che, rispetto all'esperimento di Young con due fenditure, qui d indica la larghezza della fenditura, non la distanza tra le fenditure

Anche con una sola fenditura, in analogia all'esperimento di Young, potremmo calcolare la lunghezza d'onda di una luce monocromatica misurando i suddetti valori d, Δ_s, L, anche se sarebbe più difficile misurare la larghezza di una stretta fenditura (ordine di grandezza 10^{-5}) piuttosto che la distanza tra due fenditure (ordine di grandezza10^{-2}).
Calcola la larghezza della fenditura che, attraversata da luce con $\lambda = 500\ nm$, producesse su uno schermo lontano una figura d'interferenza dove $\Delta_s = L/100$
Risp.: ponendo $n = 1$, dalla $\lambda = d \cdot \Delta_s/(2L)$ ricaviamo $d = 2\lambda \cdot \frac{L}{\Delta_s} = 200\ \lambda = 100\ \mu m$; (qui calcoli)

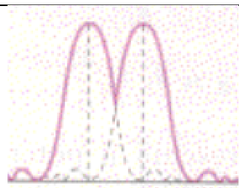
#43 se un fascio di luce monocromatica avente $\lambda = 651\ nm$ attraversa una fenditura singola larga $5{,}47\ \mu m$, quante frange scure si formano su ciascun lato della frangia chiara centrale?
Risp.: osservando la suddetta formula $\sin\theta = \frac{n\lambda}{d}$, possiamo intuire che n non può crescere a piacere perché deve essere $\frac{n\lambda}{d} \leq 1$, valore massimo della funzione $\sin()$; risolvendo la disequazione, troverai $\frac{n\lambda}{d} \leq 8{,}4$, dal che, dovendo n essere intero, risponderemo $n = 8$

#44 se un fascio di luce di lunghezza d'onda $\lambda = 440\ nm$ attraversa una fenditura larga $4{,}8\ \mu m$ e illumina uno schermo distante $50\ cm$, quanto sarà la lunghezza minima dello schermo affinché appaia per intero la frangia centrale chiara?
Risp.: Risp.: ponendo $n = 1$, dalla $\lambda = d \cdot \Delta_s/(2L)$ ricaviamo $\Delta_s = \frac{2\lambda L}{d} = 9{,}17\ cm$

#48 PREMESSA per la risoluzione dell'esercizio #48 è la conoscenza del Criterio di RAYLEIGH e del POTERE RISOLVENTE di un dispositivo ottico con fenditura rettangolare



«due frange possono considerarsi **risolte** al limite (distinguibili dall'occhio umano) quando il massimo centrale di una delle figure di diffrazione coincide con il primo minimo dell'altra»,
cioè quando $\propto = \theta_1 = \arcsin\left(\frac{\lambda}{d}\right) \approx \frac{\lambda}{d}$ *
dove θ_1 è l'angolo di fig.39



* il $\approx \frac{\lambda}{d}$ vale per angoli piccolissimi

Il criterio di Rayleigh, per quanto un po' approssimativo, permette di stabilire quando due frange di diffrazione possono essere considerate **risolvibili** (distinguibili). Il suddetto angolo $\propto$ rappresenta il più piccolo angolo che possono formare i raggi emessi dalle sorgenti luminose S_1ed S_2 quando passano attraverso la fenditura affinché i massimi principali di diffrazione sullo schermo di osservazione possano essere risolti. Tanto più piccolo è l'angolo, tanto maggiore sarà il potere risolutivo dello strumento. Se invece che rettangolare la fenditura fosse circolare, la formula sarebbe

$\propto = \theta_1 = \arcsin(1{,}22 \cdot \lambda/d) \approx 1{,}22 \cdot \lambda/d$ dove d sarebbe il diametro della fenditura circolare

Esercizio #48: considera che la pupilla umana abbia un'apertura media di $5\ mm$ e supponi che i fari di un'automobile, distanti $1{,}4\ m$ l'uno dall'altro, emettano luce di $\lambda = 550\ nm$ d'onda di 550 nanometri calcola il potere risolvente dell'occhio umano in questo caso specifico e determina la massima distanza affinché i fari siano distinguibili

Risp.#48.1: $\theta_1 = arcsin\left(1{,}22 \cdot \frac{\lambda}{d}\right) = 1{,}34 \cdot 10^{-4}\ rad$

Risp.#48.2: dalla trigonometria del triangolo rettangolo e ponendo $\propto = \theta_1$ (*criterio di Rayleigh*), ricaviamo $L = \frac{1{,}4}{2} / \ arctan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 1{,}04 \cdot 10^4 \approx 10\ km$; (qui calcoli).

#50 considera che un occhio umano, avente una pupilla di diametro $2\ mm$, veda ben distinti due puntini (pixel) A e B sullo schermo di uno smarphone distante $40\ cm$ dalla pupilla; i due puntini sono creati da una app che li illumina uguali colorati con mix RGB ($\lambda_{rosso} = 660\ nm, \lambda_{giallo} = 580\ nm, \lambda_{blu} = 470\ nm$); la app può muovere i due puntini avvicinandoli tra loro fino anche oltre il limite di risoluzione dell'occhio umano: quanto misurerebbe la distanza minima d_{AB} che consentisse a quell'occhio di vedere ancora i due punti distinti?

Risp. #44: la massima risoluzione si ottiene con il minimo θ_1 quindi con la minima lunghezza d'onda, quella del blu nel nostro caso; l'angolo di risoluzione sarà $\theta_1 = arcsin\left(1{,}22 \cdot \frac{470\ nm}{2\ mm}\right) = 2{,}87 \cdot 10^{-4}\ rad$.

Dalla trigonometria del triangolo rettangolo $d_{AB} = 2 \cdot 0{,}40 \cdot tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 1{,}15 \cdot 10^{-4}\ m$; (qui calcoli).

#53 con un telescopio si vuole osservare un pianeta (A) che ruota attorno ad una stella (B) che dista dalla Terra $4{,}2 \cdot 10^{17} m$; il raggio orbitale del pianeta è di $1{,}2 \cdot 10^{11} m$; ($r = d_{AB}$). Si vuole che l'osservazione avvenga con luce visibile avente $\lambda = 550\ nm$. Calcola che diametro minimo deve avere l'obiettivo del telescopio per riuscire a risolvere (distinguere) i due corpi celesti.

Risp.: dalla trigonometria del triangolo rettangolo $\propto = \arctan\left(\frac{d_{AB}}{L}\right) = \arctan\left(\frac{1{,}2 \cdot 10^{11}}{4{,}2 \cdot 10^{17} m}\right) = 2{,}86 \cdot 10^{-7} rad$

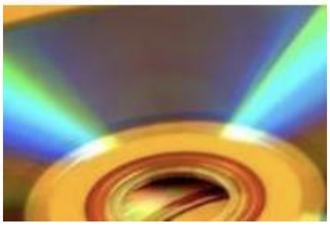
Ponendo $\propto = \theta_1$ (*criterio di Rayleigh*), dalla $sin\theta_1 = 1{,}22 \cdot \lambda/diam$ ricaviamo $diam = \frac{1{,}22\lambda}{sin\theta_1} = 2{,}35\ m$

#55 due cerchi concentrici di luce emettono luce con $\lambda = 555\ nm$. Il cerchio più grande raggio $3{,}0\ cm$ mentre il cerchio più piccolo ha raggio $3{,}0\ cm$ 1. Quando una macchina fotografica riprende questi due cerchi, fa entrare la luce attraverso un'apertura di diametro $12{,}5\ mm$ 12,5. Qual è la massima distanza alla quale la macchina fotografica può distinguere un cerchio dall'altro e mostrare chiaramente che il cerchio interno è un cerchio di luce e non un disco uniforme di luce?

Risp.: $\theta_1 = arcsin(1{,}22 \cdot \lambda/d) = 5{,}42 \cdot 10^{-5} rad$

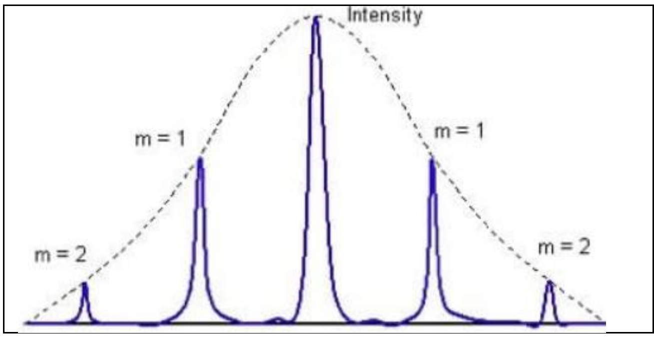
La differenza tra i due raggi è $3 - 1 = 2\ cm$; potremmo ipotizzare di semplificare il problema trattandolo come la necessità di risolvere due punti distanti tra loro $0{,}02\ m$: in tal caso per la trigonometria del triangolo rettangolo avremmo $L = \frac{0{,}02/2}{\tan(\propto/2)} = 369\ m$; (qui calcoli).

#56 PREMESSA per la risoluzione dell'esercizio #56 è la conoscenza della diffrazione generata da un *RETICOLO DI DIFFRAZIONE.* Hai mai visto la superficie di un dvd brillare con i colori dell'arcobaleno?



La separazione dei colori della luce incidente sul DVD avviene perché le righe di incisione si comportano come un *reticolo di diffrazione*, che si definisce tale quando abbia le seguenti caratteristiche:

- le fenditure debbono essere tutte equidistati $\boldsymbol{d}$(detto **passo** del reticolo) e d deve essere molto piccolo, confrontabile con la lunghezza d'onda incidente, tipicamente $2{,}5\ \mu m$;
- le fenditure debbono essere numerose, tipicamente 10^4 per una larghezza tipica $L_r$del reticolo di $2{,}5\ cm$



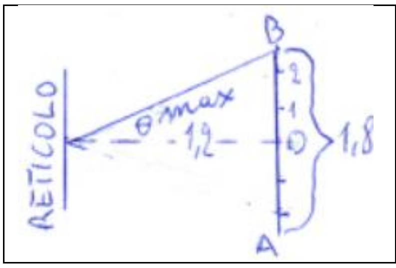
Per il fenomeno della diffrazione, ogni fenditura si comporta come *nuova sorgente di onde sferiche* e i fasci così diffratti interferiranno in maniera contruttiva o distruttiva generando un massimo centrale che diremo di ordine 0 e dei massimi periferici più bassi ai lati del centrale che chiameremo di ordine 1, 2, ... La distribuzione delle frange dei massimi è regolata dalla legge

$$\sin\theta = n\lambda/d$$

dove θ è l'angolo formato dalla direzione del raggio diffratto rispetto alla retta perpendicolare al piano del reticolo; trattandosi $\sin()$ dovrà essere $n\lambda/d \le 1$ dal che $n \le d/\lambda$.
Detta a la larghezza di ogni singola fenditura, si potrebbe dimostrare che $n_{max} = \frac{d}{a} - 1$.
Detto θ_n l'angolo del punto in cui si forma dell'$n$esimo massimo, la sua larghezza angolare sarebbe calcolabile così: $\Delta\theta_n = 2 \cdot \lambda\,/(L_r \cdot \cos\theta_n)$; citiamo tale formula per osservare che più numerose saranno le fenditure equidistanti, più grande sarà la larghezza L_r del reticolo che è al denominatore e quindi più stretto sarà l'angolo del massimo.
Esercizio #56: se un reticolo di diffrazione possiede $2{,}0 \cdot 10^4$ linee per centimetro ed è lungo $5\ cm$, determina il passo del reticolo.
Risp: il testo è ingannevole con il dato ridondante dei $5\ cm$: basta fare 1 fratto il numero delle linee per centimetro per trovare che $d = 0{,}5 \mu m$

#57 quando è illuminato con luce di $\lambda = 495\ nm$, un reticolo di diffrazione produce un massimo del 2° ordine a un angolo di $9{,}34°$. Quante linee per centimetro ha il reticolo?
Risp: dalla formula $\sin\theta = n\lambda/d$ ricaviamo $d = 2\lambda/\sin 9{,}34° = 6{,}10\ \mu\,m$, dal che, operando come nell'esercizio precedente, ricaveremo 1639 linee per centimetro.

#63 un reticolo di diffrazione ha $5{,}0 \cdot 10^3$ linee/cm ed è illuminato con una luce monocromatica avente $\lambda = 500\ nm$.



Se lo schermo è posto a una distanza di $1{,}2\ m$ ed è lungo $1{,}8\ m$, determina
1) quanti massimi si formano sullo schermo,
2) la distanza tra il massimo del 1° ordine e il massimo del 2° ordine
Risp. preliminare: i massimi si formeranno sullo schermo entro l' angolo massimo θ_{max} permesso dalla larghezza dello schermo: lo calcoliamo

$$\theta_{max} = \arctan\left(\frac{0{,}9}{1{,}2}\right) = 0{,}6435 \text{ radianti}$$ (qui calcoli)

Sapendo che ci guiderà la formula $\sin\theta = n\lambda/d$, ci servirà avere il valore di d oltre quello di λ: lo calcoliamo: $d = \frac{0{,}01}{5{,}0 \cdot 10^3} = 2\ \mu m$.
Dentro θ_{max} a destra (sopra) del massimo centrale possono formarsi n_{max} massimi, dove ciascun massimo n avrà il suo angolo θ_n tale che $\sin\theta_n = \frac{n\lambda}{d}$, con ogni θ_n che deve essere minore di θ_{max} (altrimenti cadrebbe fuori dallo schermo), quindi dovrà valere per ogni n la disequazione $n \le \frac{d}{\lambda}\sin\theta_{max}$; inseriti i suddetti valori otteniamo $n \le 2{,}4$, quindi a destra avremo $n_{max} = 2$; il massimo centrale, più i 2 massimi a destra, più i 2 massimi a sinistra, fanno $1 + 2 + 2 = 5$ massimi su quello schermo.
Prevedendo che i massimi non siano tanto numerosi, potremmo arrivare allo stesso risultato misurando l'angolo θ_n di ciascuno massimo con $n = 1{,}2{,}3$ ...

$$\theta_1 = arcsin\left(1 \cdot \frac{\lambda}{d}\right) = 0{,}25268\ rad;\ \theta_2 = arcsin\left(2 \cdot \frac{\lambda}{d}\right) = 0{,}52359\ rad;\ \theta_3 = arcsin\left(3 \cdot \frac{\lambda}{d}\right) = 0{,}84806\ rad$$

così vediamo che dobbiamo escludere l'angolo θ_3 perché è maggiore di θ_{max}, quindi fermarsi a $n = 2$, e concludere $1 + 2 + 2 = 5$ come sopra.
La distanza del massimo di ordine 1 dal massimo centrale è $d_1 = 1{,}2 * \tan(\theta_1) = 0{,}30984$
La distanza del massimo di ordine 2 dal massimo centrale è $d_2 = 1{,}2 * \tan(\theta_2) = 0{,}69282$
La loro differenza è $38\ cm$.

↑2023.02.01 <daUnLibroDitesto> [CzzC: mi aiuto con tabella Excel per fare i calcoli]
#23 Sapendo che la velocità di un'onda trasversale su una corda dipende dalla tensione T della corda e dalla densità lineare μ della corda secondo la seguente formula $v_{onda} = \left(\frac{T}{\mu}\right)^{\frac{1}{2}}$, calcola la tensione di

una corda avente una densità lineare $\mu = 1{,}6 \cdot 10^{-2}$ kg/m se su tale corda si propaga un'onda trasversale che provoca uno spostamento delle sue particelle dalla posizione di equilibrio descritto dalla seguente funzione d'onda: $y = (0{,}021\ m)\sin[(25\ s^{-1})t - (2{,}0\ m^{-1})x]$, intendendo l'argomento del sin misurato in radianti.

Risp.: non confondere la tensione T con il periodo, anche se usano la stessa lettera. Confrontando questa funzione d'onda con quella standard $y(x,t) = A\ sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$ vediamo che $25 = \omega = 2\pi f$, vediamo che $2 = \frac{2\pi}{\lambda}$, dal che, sapendo che $\lambda = \frac{v}{f}$, possiamo scrivere $2 = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{v} = \frac{25}{v}$, e quindi $2 = 25\left(\frac{\mu}{T}\right)^{\frac{1}{2}}$, da cui ricaviamo $T = \frac{25^2}{4}\mu = 2{,}5$ Newton. Ininfluente l'ampiezza.

#27 se un'onda si sta propagando su una corda con la funzione $y(t,x) = A\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$, calcola la posizione x dei punti della corda che al tempo $t = 0$ abbiano spostamento massimo rispetto alla posizione di equilibrio

Risp.: saranno i punti x per i quali la funzione $\sin$ darà i valori massimi ± 1 e quindi quando l'argomento della funzione $\sin$ sarà $(\frac{\pi}{2} + n\pi)$. Imponiamo equazione $\frac{\pi}{2} + n\pi = \frac{2\pi}{\lambda}x$, semplifichiamo tutto per π e troveremo la soluzione $x = \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{2}n$

#29 Considerando che la superficie media dell'orecchio di un adulto sia di circa $2{,}1 \cdot\ 10^{-3}\ m^2$ e considerando che l'intensità del suono che giunge all'orecchio durante una conversazione normale sia di circa $3{,}2 \cdot\ 10^{-6}\,\frac{W}{m^2}$, calcola la potenza con cui un'onda sonora giungesse sul l'orecchio in direzione perpendicolare a esso.

Risp.: intensità per superficie = $6{,}7 \cdot\ 10^{-9}\ W$

#33 Se un suono viene emesso uniformemente in tutte le direzioni con un'intensità che, misurata a 15 m di distanza dalla sorgente, vale $1{,}0 \cdot\ 10^{-6}\,\frac{W}{m^2}$, quanta energia viene emessa dalla sorgente del suono in 2 secondi?

Risp: calcoliamo l'ampiezza della superficie sferica a 15m dalla sorgente: $4\pi r^2 = 2827{,}43\ m^2$, moltiplicata per l'intensità, dà la potenza complessiva che attraversa quella superficie, $2{,}8 \cdot\ 10^{-3}\ W$, che moltiplicata per il tempo $(2\ s)$dà l'energia passata da quella superficie in 2 secondi, $2{,}7 \cdot\ 10^{-3}\ J$; per il principio di conservazione dell'energia, questa quantità deve essere la stessa quantità di energia uscita dalla sorgente in quel lasso di tempo, supponendo trascurabile la dissipazione di energia nei 15 metri di spazio attraversato (il problema non specifica "zero dissipazione" ma lo sottintende di default).

#34 Se a 50 metri di distanza da un aereo che decolla misuriamo un rumore la cui intensità è di 130 dB, qual è la potenza del suono emesso supponendo che esso sia emesso uniformemente?

Risp.: richiamiamo che il decibel è la decima parte del bel, unità di misura logaritmica del rapporto tra due grandezze; se una misura in $bel =\ \log_{10}\frac{G_1}{G_2}$, una misura in $\boxed{decibel =\ 10 \cdot \log_{10}\frac{G_1}{G_2}}$. In acustica si definisce il livello di *intensità acustica* (Intensity Level, IL) come rapporto in dB fra la intensità I del suono da misurare e l'intensità I_0 della soglia di udibilità (che è 10^{-12} W/m²): in formula $\boxed{IL_{dB} = 10 \cdot \log_{10}\frac{I}{I_0}}$. Da questa formula ricaviamo $\boxed{I = 10^{\frac{IL}{10}} \cdot 10^{-12}\ \text{W/m}^2}$ quindi $130\ dB = 10$ W/m². Procediamo come nel #33 moltiplicando per la superficie sferica e otteniamo $3{,}1\ \cdot 10^5\ W$.

#35 esercizio analogo al precedente, ma con ripasso sulla propagazione dell'errore: un suono viene emesso uniformemente in tutte le direzioni con una potenza $P =\ (0{,}010 \pm 0{,}003)W$. A quale distanza il suono non è più udibile?

Risp.: per quanto detto al #34 il suono non sarà più udibile quando, allontanandosi dalla sorgente, la sua intensità I diventerà minore o uguale alla intensità I_0 della soglia di udibilità (che è 10^{-12} W/m²): l'intensità è data dal rapporto potenza su superficie (la superficie è data dalla solita formula $S = 4\pi r^2$); se vogliamo $I \leq I_0$ dovrà essere $\frac{P}{S} \leq I_0$ dunque $\frac{P}{4\pi r^2} \leq 10^{-12}$, dal che ricaviamo

$r \geq \sqrt{\frac{10^{12} \cdot P}{4\pi}}$ cioè $r \geq \sqrt{\frac{10^{12} \cdot 0{,}010}{4\pi}}$ quindi $r \geq 28209{,}47\ m$ (Il testo propone $\geq$ anziché $=$, ma è ovvio l'intendimento)

Procediamo con $=$. Per calcolare l'incertezza Δr, separiamo nella suddetta formula le variabili dalle costanti: $r = \sqrt{\frac{10^{12}}{4\pi}} \cdot \sqrt{P}$, che è nella forma $r = k \cdot \sqrt{P}$, con $k = \sqrt{\frac{10^{12}}{4\pi}}$, forma che nelle regole della propagazione degli errori troviamo come caso di costante moltiplicativa, per la quale vale la relazione $\Delta r = |k| \cdot \Delta(\sqrt{P})$ e nel caso di incertezza della radice di una misura vediamo che vale la formula $\Delta(\sqrt{P}) = \frac{1}{2} \cdot \Delta P$, quindi nel nostro caso $\Delta r = |k| \cdot \frac{1}{2}\Delta P = \sqrt{\frac{10^{12}}{4\pi}} \cdot \frac{0{,}003}{2} = 423{,}14$.

Ora passiamo alla regola degli arrotondamenti: allineiamo alla virgola la misura del raggio ($28209{,}47$) e la sua incertezza ($423{,}14$) perché così la prima cifra incerta della misura di r è decisa dalla posizione della prima cifra significativa dell'incertezza, quindi la prima cifra incerta della misura del raggio è il secondo 2 da sinistra; arrotondiamo questo 2 a zero, perché è seguito da una cifra minore di 5, lo zero, e, di conseguenza, mettiamo a zero le altre cifre meno significative (a destra); quindi la misura del raggio diventa $28000\ m$; ora arrotondiamo la prima cifra significativa dell'incertezza a 4 (perché la successiva è 2) e mettiamo a zero le altre cifre meno significative, quindi l'incertezza è ± 4000, quindi il raggio (o distanza) è $(28000 \pm 4000)m$ ovvero $(28 \pm 4)km$.

#38 le onde sismiche primarie (P) sono longitudinali si propagano a 8 km/s, mentre le onde sismiche secondarie (S) sono trasversali si propagano a 4,5 km/s: se un sismografo avverte le onde S 78 secondi dopo aver avvertito le onde P, a che distanza dal sismografo si trova l'ipocentro del terremoto?
Risp: non sarebbe un problema specifico della teoria di propagazione delle onde, ma ricalca un problema più generico sulle differenze di velocità di due corridori sulla stessa linea con stessa partenza, problema già affrontato ad esempio con i due treni T1 e T2 che partono assieme dalla stazione A con velocità $v_2 > v_1$ costanti; se il T1 (più lento) transita dalla stazione B t secondi dopo T2, allora la stazione B dista dalla A $\frac{v_1 \cdot v_2 \cdot t}{v_2 - v_1}$; nel nostro caso risulta $5 \cdot 10^5 m$. Tale formula si potrebbe facilmente dimostrare come segue: facciamo partire il cronometro quando T2 transita da B e fermiamolo quando transita anche T1: in questi t secondi il T1 avrà percorso lo spazio $S = v_1 \cdot t$ e questo spazio S corrisponde a quanta distanza aveva il T1 da T2 quando T2 è transitato da B; tale spazio-ritardo si è accumulato grazie alla differenza di velocità $(v_2 - v_1)$; chiediamoci in quanto tempo si è accumulato questo spazio grazie alla differenza di velocità e risponderemo che si è accumulato in un tempo $t_x = \frac{S}{v_2 - v_1}$; durante questo tempo t_x il T2 ha percorso la distanza tra A e B che quindi è pari a

$$v_2 \cdot t_x = v_2 \cdot \frac{S}{v_2 - v_1} = v_2 \cdot \frac{v_1 \cdot t}{v_2 - v_1}$$; come volevasi dimostrare.

#40 se un suono venisse emesso uniformemente in tutte le direzioni e alla distanza di 20 m dalla sorgente considerata puntiforme misurassimo una intensità di $1{,}2 \cdot \frac{10^{-7} W}{m^2}$, quale intensità del medesimo suono misureremmo ad una distanza dalla sorgente di soli 5 m?. Risp.: essendo 5m una distanza più vicina alla sorgente, ovviamente misureremmo un'intensità maggiore: sappiamo che l'intensità di un'onda sonora è inversamente[*] proporzionale alla distanza dalla sorgente, quindi $20^2 : 5^2 = x : 1{,}2 \cdot 10^{-7} W$, da cui ricaviamo che $x = 1{,}92 \cdot 10^{-6} \frac{W}{m^2}$ [*] l'intensità è data dal rapporto della potenza sulla superficie, questa è $4\pi r^2$ quindi è direttamente proporzionale al quadrato della distanza; essendo la superficie al denominatore, fa sì che l'intensità sia inversamente proporzionale al quadrato della distanza; scusa la ridondanza della precisazione].

#41 se due suoni hanno intensità sonora β_1 *e* β_2 in decibel, qual è il rapporto delle loro intensità espresse in $\frac{W}{m^2}$.
Risp.: $\frac{I_1}{I_2} = 10^{\frac{\beta_1}{10}} \cdot 10^{-12}$ fratto $10^{\frac{\beta_2}{10}} \cdot 10^{-12}$ $= 10^{\frac{\beta_1 - \beta_2}{10}}$

#43 se un paio di cuffie da lavoro riducono l'intensità di un fattore 2500 (cioè $\frac{I_1}{I_1} = 2500$), di quanti decibel diminuisce l'intensità sonora di un suono con intensità 130 dB?
Risp: da #41abbiamo che $\frac{I_1}{I_2} = 10^{\frac{\beta_1 - \beta_2}{10}}$, quindi $2500 = 10^{\frac{\beta_1 - \beta_2}{10}}$; prendiamo il log_{10} di entrambi i membri, $\log 2500 = \frac{\beta_1 - \beta_2}{10}$, quindi $\beta_1 - \beta_2 = 10 \cdot \log 2500 = 33{,}97$

#48 a che velocità dovrebbe muovere un aereo per far sì che il rombo delle sue turbine raddoppi in frequenza per gli osservatori che si trovano davanti ad esso sul suo cammino? Il risultato dipende dalla frequenza considerata?

Risp: la formula dell'effetto doppler con sorgente in avvicinamento ci dice $f' = \left(1 - \frac{v_{s,r}}{v}\right)^{-1} f$, dunque $2f = \left(1 - \frac{v_{s,r}}{v}\right)^{-1} f$; semplificando per f vediamo che il risultato non dipende dalla frequenza considerata; invertiamo: $\frac{1}{2} = 1 - \frac{v_{s,r}}{v}$, da cui $v_{r,s} = \frac{v}{2}$

#50 se l'antifurto di un'automobile parcheggiata emette un suono di frequenza pari a 960 Hz e avvicinandoti rilievi che la frequenza cambia di 95 Hz qual è la tua velocità (considerando 343 m/s quella del suono)?
Risp: visto che mi avvicino alla sorgente, il cambiamento di frequenza sarà in aumento e quindi percepirò $960 + 95 = 1055$ Hz. La formula dell'effetto doppler per ricevitore in avvicinamento alla sorgente è $f' = \left(1 + \frac{v_{r,s}}{v}\right) f$, quindi $1055 = \left(1 + \frac{v_{r,s}}{343}\right) 960$, da cui $v_{r,s} = 33{,}94 \frac{m}{s}$

#51 ti stai allontanando da una sorgente sonora e la frequenza del suono che senti è minore dell'1% rispetto alla frequenza del suono emesso dalla sorgente [intendi che la differenza sia $f - f' < 0{,}01f$]: a quale velocità ti stai allontanando dalla sorgente?
Risp.: sviluppiamo dapprima la disequazione: $-f' < 0{,}01f - f$, cioè $-f' < f(-0{,}99)$ cioè $f' > 0{,}99f$. La formula dell'effetto doppler per ricevitore in allontanamento dalla sorgente è $f' = \left(1 - \frac{v_{r,s}}{v}\right) f$, quindi avremo $\left(1 - \frac{v_{r,s}}{v}\right) f > 0{,}99f$, da cui $-\frac{v_{r,s}}{v} > -0{,}01$, da cui $v_{r,s} < 0{,}01 \cdot 343$ da cui $v_{r,s} < 3{,}43 \frac{m}{s}$.

#52 sei fermo a un semaforo e un'ambulanza si avvicina a 18 m/s. La sirena dell'ambulanza emette un suono con frequenza pari a 955 Hz. La velocità del suono nell'aria è 343 m/s. Qual è la lunghezza d'onda del suono che senti?
Risp.: La formula dell'effetto doppler per una sorgente in avvicinamento è $f' = \left(1 - \frac{v_{s,r}}{v}\right)^{-1} f$; sostituendo avremo $f' = \left(1 - \frac{18}{343}\right)^{-1} 955 = 1007{,}892$; dalla $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{343}{1007{,}892} = 0{,}34\ m$

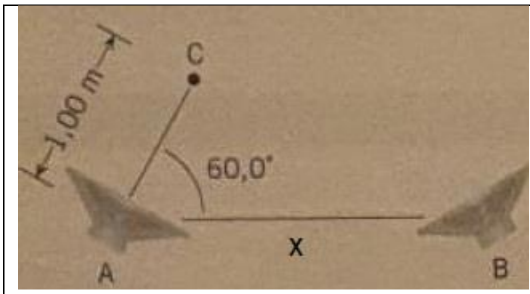
#53 il pilota di un aliante sta volando a 39 m/s; un'aquila vola verso l'aliante a 18 m/s; le velocità sono calcolate con riferimento ad un punto fermo sulla retta che congiunge aquila e aliante; l'aquila emette un grido a 340 Hz . Calcola la frequenza rilevata dal pilota.
Risp: trattasi di doppio effetto doppler, entrambi di avvicinamento, la frequenza del suono emesso dall'aquila è aumentata a causa del movimento della sorgente; poi il ricevente percepisce una frequenza ulteriormente aumentata a causa del suo movimento in verso opposto a quello di propagazione del suono. Effetto doppler per una sorgente in avvicinamento: $f' = \left(1 - \frac{v_{s,r}}{v}\right)^{-1} f$, perciò $f' = \left(1 - \frac{18}{343}\right)^{-1} 340 = 358{,}83$, frequenza che subirà il secondo effetto doppler per ricevitore in avvicinamento $f'' = \left(1 + \frac{v_{r,s}}{v}\right) f'$, cioè $f'' = \left(1 + \frac{39}{343}\right) f' = 399{,}63\ Hz$

#54 due altoparlanti emettono un fischio alla medesima frequenza f_0 ignota. Un osservatore si muove lungo la retta che passa per entrambi con velocità di $v = 10 \frac{m}{s}$. Da un altoparlante percepisce un suono di frequenza $f_1 = 1{,}4\ kHz$ e dall'altro uno di frequenza $f_2 = 1{,}3\ kHz$. Quant'è la velocità del suono v_s nel mezzo in cui si trova l'osservatore?
Risp.: se l'osservatore si muovesse dall'esterno dei due altoparlanti non percepirebbe differenza di frequenza perché le formule dell'effetto doppler sono indipendenti dalla distanza del ricevitore dalla sorgente, (la distanza conterebbe invece per la sovrapposizione costruttiva o distruttiva), quindi significa che l'osservatore si trova tra i due altoparlanti, in avvicinamento verso quello da cui percepisce la frequenza maggiore (A1) e in allontanamento dall'altro. Effetto doppler per un ricevitore in avvicinamento alla sorgente A1: $1{,}4 = \left(1 + \frac{10}{v_s}\right) f_0$, e in allontanamento da A2 $1{,}3 = \left(1 - \frac{10}{v_s}\right) f_0$; facendo il rapporto membro a membro otterremmo $\frac{1{,}4}{1{,}3} = \frac{1+\frac{10}{v_s}}{1-\frac{10}{v_s}}$, da cui ricaviamo $v_s = 270 \frac{m}{s}$

#69 due altoparlanti si trovano in due punti A e B che distano tra loro 3 m e un ascoltatore si trova in un punto C che dista 4m dal punto medio AB. I due altoparlanti emettono un suono della stessa frequenza ed ampiezza, ma vibrano sfasati per cui l'ascoltatore non sente bene. Se però l'osservatore si sposta dal punto C al punto P su una linea parallela ad AB passante per C, avverte che cambia l'intensità del

suono percepito e, quando CP=0,92, m avverte il cambiamento maggiore (da forte a debole o da debole a forte). Considerata 343 m/s la velocità del suono, determina la frequenza sonora emessa dai due altoparlanti.
Risp.: per la legge della interferenza sappiamo che essa è costruttiva quando $|d_A - d_B| = n\lambda$, e distruttiva quando $|d_A - d_B| = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$. Andiamo a cercare il primo punto della interferenza distruttiva tale che sia $|d_A - d_B| = \frac{\lambda}{2}$. Disegnato il triangolo ABP con P spostato dalla parte di B, calcola le distanze con Pitagora: $d_B = \sqrt{(3/2 + 0{,}92)^2 + 4^2)}$ e $d_A = \sqrt{(3/2 - 0{,}92)^2 + 4^2)}$, quindi $|4{,}675 - 4{,}042| = 0{,}633$; sappiamo che $\lambda = \frac{v}{f}$quindi $0{,}633 = \frac{v}{2f}$; dal che $f = \frac{343}{2 \cdot 0{,}633} = 270{,}82$

#70 la figura mostra due altoparlanti posti nei punti A e B ed un ascoltatore si pone distante 1 m da A in un punto C tale che le rette AC e AB formino un angolo di 60°. Gli altoparlanti emettono in fase un suono di 68,6 Hz, la velocità del suono è tre e 43 m/s. Spostando l'altoparlante B sulla retta AB varierà l'interferenza del suono dei due altoparlanti percepita in C. Detta x la distanza di B da A, calcola il valore minimo di x in modo che in C ci sia interferenza interamente distruttiva.



Risp.: l'interferenza in C sarà interamente distruttiva quando $|CB - CA| = \frac{\lambda}{2}$. Se $\lambda = \frac{v}{f}$, avremo $\frac{\lambda}{2} = \frac{343}{2 \cdot 68{,}6} = 2{,}5$
Sappiamo che $CA = 1$, calcoliamo CB con trigonometria
$$CB = \sqrt{AC^2 + AB^2 - 2AC \cdot AB \cdot \cos(60°)} = \sqrt{1 + x^2 - 2x\frac{1}{2}}$$
Da $|CB - CA| = \frac{\lambda}{2}$. avremo $\sqrt{1 + x^2 - x} - 1 = 2{,}5$ cioè
$\sqrt{1 + x^2 - x} = 3{,}5$, cioè $x^2 - x + 1 = 12{,}25$, cioè
$x^2 - x - 11{,}25 = 0$ da cui $x = 3{,}891$

#82 vedi tabella Excel

μ	f fondam	L	$f_1 = \frac{v}{2L}$	v	$v = \sqrt{F/\mu}$	F
1,56E-02	65,4	0,8		104,64		1,71E+02

#83 vedi tabella Excel

μ	F	L	$v = \sqrt{F/\mu}$	v	$f_1 = \frac{v}{2L}$	f1	f3	$\lambda_n = \frac{2L}{n}$	λ con n =3
8,50E-03	280	1,8		181,497		5,04E+01	1,51E+02		1,2

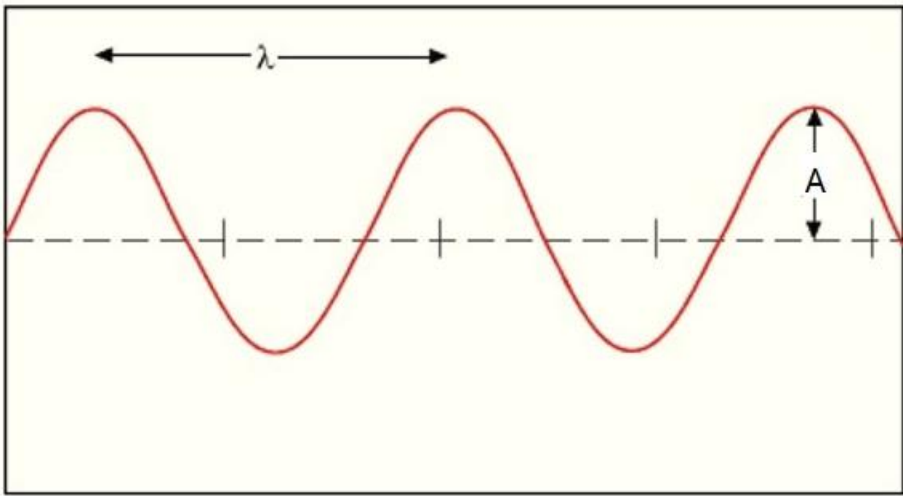
#101 nei tubi cantati rotanti con corrugazione interna si genera una perturbazione avente una data frequenza che dipende dalla velocità di rotazione e dalla corrugazione del tubo; su tale frequenza il tubo può creare risonanza in grado di amplificare certe armoniche, dipendenti sostanzialmente dalla lunghezza del tubo. Quando la frequenza della perturbazione nel fluido coincide con (o è molto vicina a) la frequenza di risonanza del tubo, la perturbazione è amplificata, e siamo in grado di sentire un suono.

SEGUITO DEL SOMMARIO

In fisica con il termine **ONDA** si indica una perturbazione che nasce da una SORGENTE e si propaga con una certa velocità (SPAZIO/TEMPO) trasportando energia o quantità di moto, ma non necessariamente materia; la loro propagazione può avvenire sia nel vuoto (ad esempio le onde elettromagnetiche – e dunque anche la luce – si propagano ottimamente nel vuoto alla velocità di circa 300 mila km/s) sia attraverso un materiale (ad esempio le onde sonore non si propagano nel vuoto, ma nell'aria alla velocità di circa 343 m/s, o nell'acqua o ...): il luogo fisico dove l'onda si propaga si chiama MEZZO DI PROPAGAZIONE e può essere *omogeneo (invariante per traslazione) o disomogeneo*

FORMA dell'ONDA: la maggior parte delle onde si descrive matematicamente con una forma sinusoidale che si ripete uguale ad intervalli regolari di tempo, per cui si dice anche ONDA PERIODICA o ARMONICA:

forma dell'onda armonica in propagazione (funzione periodica)



λ = lunghezza dell'onda; A = ampiezza dell'onda; f = frequenza;

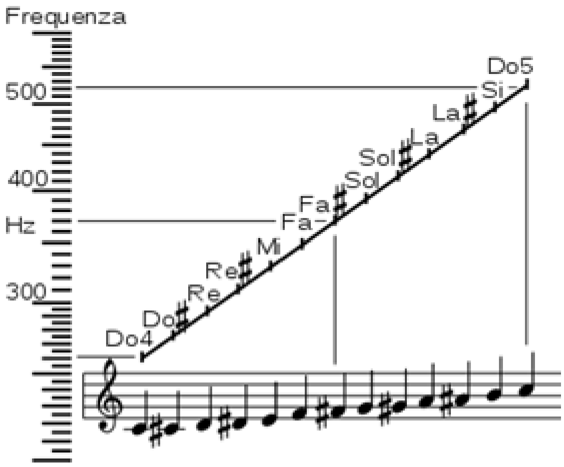
T = periodo=$\frac{1}{f}$; ω = velocità angolare=$\frac{2\pi}{T}$; v = velocità lineare=$\frac{\lambda}{T}$;

Funzione d'onda armonica: $y(x,t) = A\,cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi}{T}t\right) = A\,cos(kx - \omega t) =$

$= A\,cos\big(k(x - vt)\big)$ con $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ (~numero d'onda)

Ma la vedo scritta anche così $y(x,t) = A\,sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}\right)$

- si chiama PERIODO (T) l'intervallo di tempo che intercorre tra l'inizio di una ripetizione (oscillazione completa) e l'inizio della successiva (si dice anche che PERIODO è l'intervallo di tempo che intercorre tra gli inizi di due impulsi consecutivi) e si misura in secondi
- si chiama FREQUENZA (f) il numero di oscillazioni (o impulsi) che l'onda fa in un secondo e si misura in hertz (1/s, cioè secondi alla -1): tali definizioni fanno sì che la frequenza sia uguale all'inverso del periodo e viceversa (ad esempio se un'onda ha periodo = 1/100 di secondo, avrà frequenza di 100 hertz, e viceversa). Nelle onde sonore la frequenza (o la collegata lunghezza d'onda) ha a che fare con il tono (tono basso, bassa frequenza; tono alto, alta frequenza); nelle onde luminose la frequenza ha a che fare con i colori, come più oltre illustrato
- si chiama AMPIEZZA (A o y) di un'onda l'altezza di una cresta, ed ha a che fare con la quantità di energia trasportata; ad esempio per un'onda sonora l'ampiezza ha a che fare con il volume del suono (più è ampia un'onda sonora, più sarà intenso il suono percepito; l'intensità del suono solitamente si misura in decibel); per un'onda luminosa l'ampiezza ha a che fare con l'intensità luminosa; per uno tsunami l'ampiezza dell'onda ha a che fare anche con la sua potenza distruttiva;
- in un'onda che si propaga si chiama LUNGHEZZA d'ONDA la distanza tra una *cresta* (punto dell'onda corrispondente al massimo spostamento verso l'alto per le onde trasversali o al massimo della compressione per le longitudinali) e la successiva o tra il *ventre* (punto dell'onda corrispondente al massimo spostamento verso il basso per le trasversali o al massimo di rarefazione per le longitudinali) e il successivo; tali definizioni fanno sì che la lunghezza d'onda (λ) sia collegata alla velocità di propagazione (v) e alla frequenza (f) secondo la relazione $\lambda = \frac{v}{f}$, ovvero λ= v*T (come la formula base della cinematica "spazio = velocità per tempo"), con le relative relazioni inverse (ad esempio v= λ*f). Da qui si vede f e λ sono inversamente proporzionali (più è alta la frequenza di un'onda, più è bassa la sua frequenza). I nostri sensi sono in grado di distinguere le frequenze (e dunque la lunghezza d'onda) delle onde sonore e delle onde luminose
  - l'udito è capace di distinguere le diverse frequenze delle onde sonore, facendoci percepire i diversi TONI dei suoni



Ogni nota n ha una frequenza f maggiore della nota n-1 che la precede a sinistra

$$f_n = \sqrt[12]{2} f_{n-1}$$

ma oltre una certa frequenza (ultrasuoni) l'uomo non riesce più a percepire il suono (mentre alcuni animali riescono a sentire anche quelli che per noi sono ultrasuoni)

- l'occhio è capace di selezionare le frequenze della luce la cui lunghezza d'onda è compresa tra 0,4 e 0,7 micron, e ce le fa percepire come colori diversi, dall' ultravioletto (λ=0.4 micron), all'azzurro, verde, giallo, arancio, fino al rosso (λ=0.8 micron); la luce solare contiene anche onde di più alta frequenza (raggi ultravioletti) o di più bassa frequenza (raggi infrarossi), ma l'occhio umano non le percepisce.

- VELOCITA' di PROPAGAZIONE di un'onda ed *EFFETTO DOPPLER*.
chiamiamo velocità di propagazione v di un'onda la quantità di spazio percorso in un secondo dalla propagazione stessa, che nel tempo T (periodo) vale $v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$
  - *nell'aria a 20 °C in suono si propaga a circa 343 m/s*, mentre la luce si propaga nel vuoto a circa $3*10^8$ m/s (~300.000 Km/s). La velocità di propagazione di un'onda dipende dal mezzo che attraversa: ad esempio:
  - la luce si propaga nel vuoto con la massima velocità, mentre nell'aria si propaga con minore velocità e nell'acqua ancora meno (pur se sempre con velocità altissima, circa 300.000 Km/s)
  - il suono si propaga più velocemente nell'acqua che nell'aria, mentre nel vuoto non si propaga affatto
  - la propagazione di un'onda lungo una corda dipende dalla tensione della corda e dalla massa della corda

  La velocità di propagazione di un'onda è costante all'interno di uno stesso mezzo, ma varia da un mezzo all'altro.
  Collegato alla velocità di propagazione di un'onda è l'*effetto doppler* che insorgerebbe quando avessimo una velocità $v_{s,r}$ di avvicinamento o di allontanamento tra la sorgente dell'onda e il ricevitore: in tal caso l'osservatore/ricevitore percepirebbe un cambiamento apparente della frequenza, in aumento nel caso di avvicinamento, in diminuzione nel caso di allontanamento (ma attenzione con formule diverse a seconda che sia la sorgente a muoversi o il ricevitore). Ad esempio se noi fossimo fermi in stazione e si avvicinasse rapidamente un treno in transito fischiando, noi percepiremmo quel fischio sempre più forte (e questo è ovvio perché diminuisce la nostra distanza dalla sorgente, ma questo non è l'effetto doppler), ma sentiremmo anche salire anche il TONO del fischio, come se questo aumentasse la sua frequenza; sentiremmo il tono diminuire quando il fischio del treno si allontanasse da noi.
  Le formule per calcolare la frequenza f' percepita dal ricevitore a partire dalla frequenza f della sorgente sono diverse a seconda che sia la sorgente a muoversi con $v_{s,r}$ rispetto al ricevitore o viceversa, ferma restando la velocità v del suono nell'aria:
  - Effetto doppler **con ricevitore in movimento**: $f' = \left(1 \pm \frac{v_{r,s}}{v}\right) f$ (+ in avvicinamento, - in allontanamento): vedi eserc.#50, #51 $f'' = \left(1 + \frac{v_{r,s}}{v}\right) f'$
  - Effetto doppler **con sorgente in movimento**: $f' = \left(1 \mp \frac{v_{s,r}}{v}\right)^{-1} f$ (- in avvicinamento, + in allontanamento); vedi eserc.#48, #52

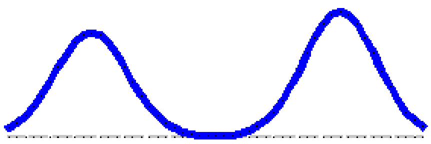
- Ovviamente potremmo avere il caso di movimento sia della sorgente sia del ricevitore

$$f_r = f_s\left(\frac{1 \pm \frac{v_{r,s}}{v}}{1 \mp \frac{v_{s,r}}{v}}\right)$$

vedi nell'eserc.#53, #54

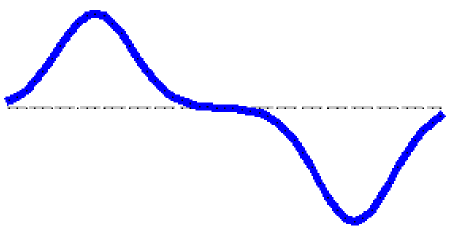
SOVRAPPOSIZIONE

Con questo termine si definisce la combinazione di due o più onde che formano un'onda risultante. Due onde di piccola ampiezza si sovrappongono sommandosi tra di loro quando i due impulsi arrivano nello stesso punto. Dopo essersi sorpassati l'un l'altro, gli impulsi d'onda proseguono nel loro moto come se niente fosse accaduto. La sovrapposizione porta anche a delle conseguenze.
Quando i fronti d'onda s'incontrano, generano delle onde caratteristiche dette figure d'**INTERFERENZA** che producono una variazione nella lunghezza d'onda e fanno sì che la velocità rimanga immutata. Da qui ne deriva che la frequenza d'onda varia. Se i raggi corrispondono a quelle regioni nelle quali le creste incontrano le creste e i ventri incontrano i ventri possiamo definire questa interferenza di tipo **costruttivo** altrimenti se le creste di un'onda si sovrappongono ai ventri dell'altra si ha quella che viene definita interferenza **distruttiva.** Tutte le onde sono soggette al fenomeno d'interferenza perché essa è una delle loro caratteristiche fondamentali. Un esempio di figura d'interferenza può essere fornita dal suono, quando utilizziamo altoparlanti che emettono suoni con la stessa frequenza cioè che emettono lo stesso numero di oscillazioni al secondo. La distanza fra le due sorgenti e i valori delle lunghezze d'onda delle sorgenti dai quali hanno origine le onde influiscono sulla figura d'interferenza che si viene a formare.
Quando si sovrappongono due impulsi, l'impulso risultante (blu) ha ampiezza pari alla somma delle ampiezze degli impulsi di partenza (grigie).



Quando l'ampiezza risultante è maggiore di quella dei singoli impulsi si ha **interferenza costruttiva**

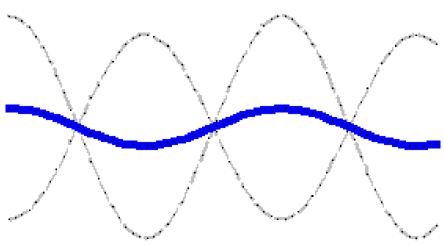
$$|d_1 - d_2| = n\lambda$$



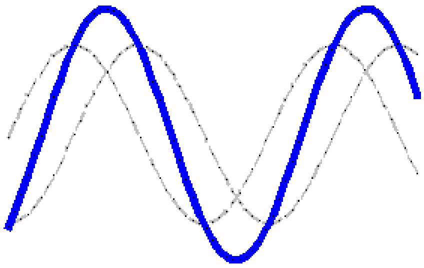
Quando l'ampiezza dell'impulso risultante è minore dell'ampiezza dei singoli impulsi si ha **interferenza distruttiva**. Se l'interferenza è completamente distruttiva gli impulsi si annullano completamente

$$|d_1 - d_2| = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$$ (vedi eserc.#69)

altrimenti dopo essersi sovrapposti gli impulsi si separano e continuano a propagarsi conservando la loro forma.
Sovrapposizione di onde sinusoidali di ampiezza diversa (curve grigie) con interferenza distruttiva (onda blu)



Sovrapposizione di onde sinusoidali (curve grigie) con interferenza **costruttiva** (onda blu)



L'interferenza costruttiva di un'onda su se stessa dà origine ad un'**ONDA STAZIONARIA** che può essere di tipo trasversale (su una corda tesa fissata ai suoi estremi) o longitudinale (onde sonore in una struttura cilindrica cava).

ONDE STAZIONARIE SU UNA **CORDA**: *nodi e ventri*; la *frequenza fondamentale* si avrà con lunghezza L della corda pari a $\frac{\lambda}{2}$ cioè $\boxed{\lambda = 2L}$ e se l'onda ha velocità v la frequenza fondamentale $f_1 = \frac{v}{2L}$ e la n esima armonica avrà $f_n = nf_1$ e la sua $\lambda_n = \frac{2L}{n}$. La v dell'onda sulla corda dipende dalla tensione F a cui è sottoposta e dalla sua densità lineare $\mu = \frac{m}{L}$ secondo la formula $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$

ONDE STAZIONARIE in una **COLONNA VIBRANTE**: la frequenza fondamentale si avrà con lunghezza L della corda pari a $\frac{\lambda}{4}$ cioè $\boxed{\lambda = 4L}$ e se l'onda ha velocità v la frequenza fondamentale $f_1 = \frac{v}{4L}$ e la n esima armonica avrà $f_n = nf_1$ e la sua $\lambda_n = \frac{4L}{n}$

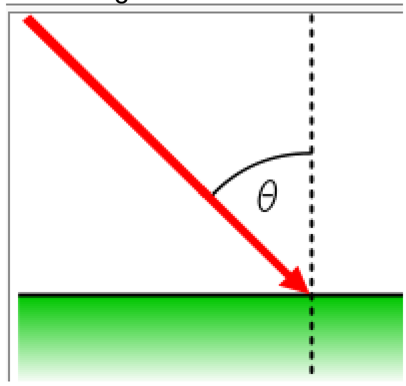
RIFLESSIONE

Con questo termine si definisce il fenomeno che si genera quando un'onda raggiunge un ostacolo (ad esempio un muro per il suono, uno specchio per la luce): in tal caso l'onda cambia direzione (ad esempio rimbalza indietro) mantenendo le sue caratteristiche, quindi si dice che essa è stata riflessa, in tutto o in parte (se "in tutto" si parlerà di riflessione totale).

LEGGI della RIFLESSIONE

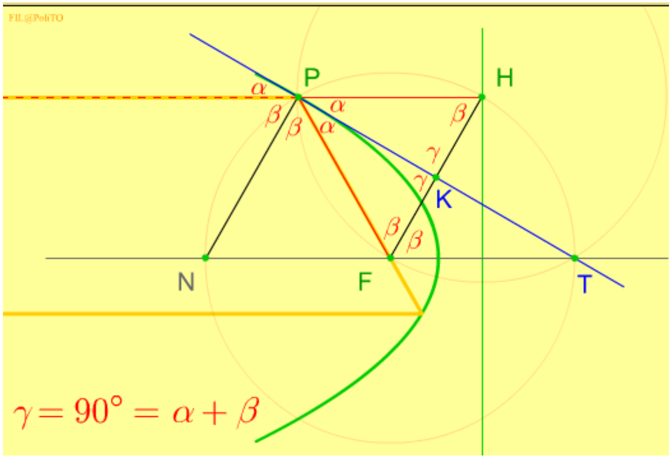
- il raggio incidente, il raggio riflesso e la normale alla superficie riflettente giacciono sullo stesso piano, detto anche piano di incidenza.
- l'angolo di incidenza i e l'angolo di riflessione r' sono uguali tra loro: i = r', dove l'angolo di incidenza i è l'angolo che il raggio incidente forma con la normale alla superficie, mentre r' è l'angolo che la normale alla superficie forma con il raggio riflesso.

angolo di incidenza



ONDE CON ELEVATA FREQUENZA, come ad esempio nei RAGGI di LUCE

Più è elevata la frequenza di un'onda più il suo comportamento assume anche caratteristiche corpuscolari, ad esempio si propagai quasi come se fosse un proiettile anziché in tutte le direzioni come invece avviene per le onde sonore o per le onde di un sasso che cade nello stagno: anche per questa ragione le onde ad elevata frequenza si chiamano RAGGI. Ovviamente anche per i raggi valgono le suddette leggi, ad esempio quelle della RIFLESSIONE, che qui estendiamo al caso di uno specchio parabolico anziché piano: i raggi di luce che colpissero uno specchio parabolico arrivando paralleli al suo asse di simmetria, si rifletterebbero tutti nel fuoco della parabola.



Ma nelle onde ad elevata frequenza si osservano anche altri fenomeni che invece sarebbero quasi impercettibili nelle onde a bassa frequenza.

RIFRAZIONE e DISPERSIONE della LUCE

La luce viene emessa da sorgenti primarie (sole, lampadina, fiamma ecc.) e si propaga nei mezzi trasparenti, vuoto compreso, ma quando incontrasse delle discontinuità (ostacoli, passaggi da un mezzo a un altro) si osserverebbero diversi fenomeni, tra cui la rifrazione con dispersione.

Quando un raggio-onda incontrasse una superficie di discontinuità del mezzo di propagazione che separasse il mezzo in due zone ($z1$ e $z2$, ad es. $z1 = aria$, $z2 = vetro$) nelle quali l'onda avesse velocità di propagazione diverse ($v_{z1} \neq v_{z2}$), allora accadrebbe che, se l'angolo di incidenza fosse maggiore di zero e minore dell'angolo di riflessione totale, **cambierebbe la direzione di propagazione dell'onda** e tale cambiamento di direzione sarebbe più meno grande a seconda della frequenza dell'onda: a tale fenomeno si dà il nome di **RIFRAZIONE**, regolata dalla *legge di Snell-Descartes*

$$N_1 \sin \propto = N_2 \sin \beta$$

dove $\propto$ è l'angolo di incidenza, N_1 è l'indice di rifrazione della zona (mezzo) $z1$

β è l'angolo di rifrazione, N_2 è l'indice di rifrazione della zona $z2$

essendo l'indice di rifrazione di una zona z il rapporto tra la velocità della luce e la velocità del raggio in quella zona:

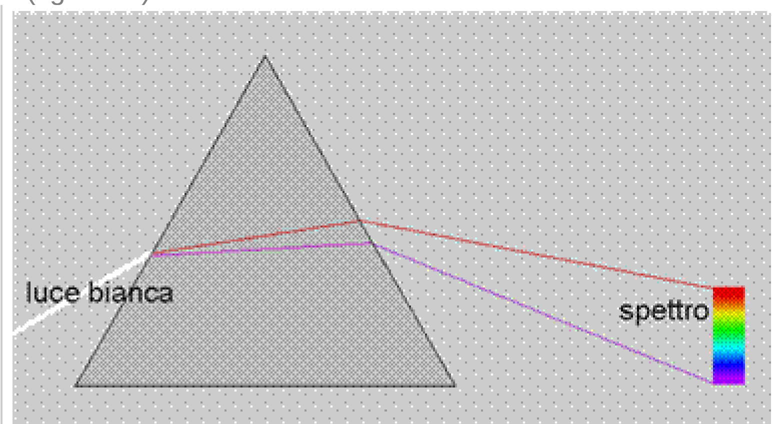
$$N = \frac{c}{v_z}$$

Per angolo di incidenza o di rifrazione si intende quello fatto dal raggio con la perpendicolare alla superficie di separazione delle due zone nel punto di incidenza.

Quando un raggio diminuisce la sua velocità nel passare da zona 1 a zona 2 con $N_1 < N_2$, si avvicina alla perpendicolare.

Quando un raggio aumenta la sua velocità nel passare da zona 2 a zona 1 con $N_1 < N_2$, si allontana dalla perpendicolare: in tal caso potremmo avere il fenomeno della riflessione totale quando l'angolo di incidenza fosse maggiore dell'angolo $\beta = arcsin\frac{N_1}{N_2}$.

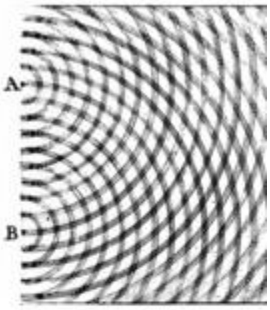
Se il raggio incidente sulla superficie di discontinuità fosse composto da più onde con frequenze diverse, ciascuna onda cambierebbe direzione a seconda della sua frequenza, e quindi il raggio incidente si decomporrebbe in tanti raggi rifratti (traiettorie diverse) quante sono le radiazioni monocromatiche (= con una sola frequenza) che lo compongono, come si può mostrare con la nota esperienza del prisma (fig. sotto): a tale fenomeno si dà il nome di **DISPERSIONE**.

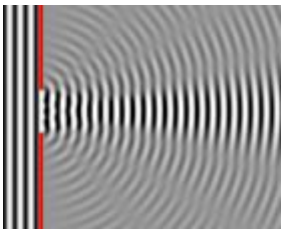


La riflessione e la rifrazione non sono i soli fenomeni che si producono quando un'onda incontra un ostacolo o una discontinuità del mezzo sul suo cammino di propagazione. Accenniamo anche alla DIFFRAZIONE, fenomeno che si genera quando le dimensioni dell'ostacolo sono comparabili con quelle della lunghezza d'onda

- DIFFRAZIONE DA FENDITURA molto stretta (sub millimetrica)
- DIFFRAZIONE radente i bordi di un ostacolo

quando un'onda passa attraverso a una fenditura stretta o passa radente ai bordi di un ostacolo, produce di seguito delle interferenze che danno luogo a onde con figure intrecciate e/o ripetitive particolari (alcune di sorprendente effetto, come l'arcobaleno della superficie di un CD o dei piccoli ologrammi delle carte di credito, altre indesiderate come nel caso delle ottiche fotografiche o telescopiche).



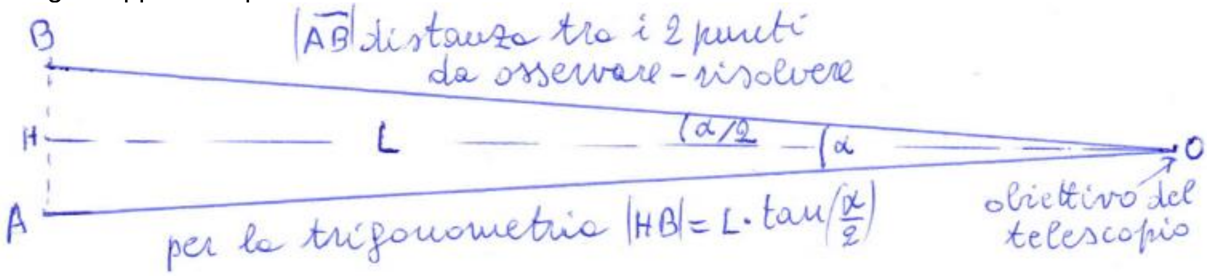



È per il fenomeno della diffrazione che la luce del sole filtrante attraverso i fori delle tapparelle abbassate a griglia socchiusa potrebbe generare sulla parete opposta dei piccoli arcobaleni. Le formule matematiche che regolano tale fenomeno sono alquanto complesse e variabili a seconda dei tipi e delle distanze delle sorgenti d'onda e a seconda della tipologia delle fenditure e dei bordi degli ostacoli incontrati sul loro cammino di propagazione (*principio di Huygens*, diffrazione di Fresnel, diffrazione di Fraunhofer).

LEGGE DEI PUNTI CONIUGATI: vedi eventualmente cliccando qui o qui

------------------ ANNOTAZIONI ---

Nota 1. Trigonometria del triangolo rettangolo: un cateto è uguale all'altro cateto per la tangente dell'angolo opposto al primo.



Ho usato la suddetta formula nell'esercizio #48 $\left\{L = \frac{1{,}4}{2} / \, arctan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 1{,}04 \cdot 10^4 \approx 10\ km\right\}$ nell'esercizio #50 $\left\{d_{AB} = 2 \cdot 0{,}40 \cdot tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 1{,}15 \cdot 10^{-4}\ m\right\}$ e nell'esercizio #55 $\left\{L = \frac{0{,}02/2}{\tan(\propto/2)} = 369\ m\right\}$.

Ti chiederai perché nell'esercizio #53 abbia calcolato $\left\{\propto = \arctan\left(\frac{d_{AB}}{L}\right) = 2{,}86 \cdot 10^{-7} rad\right\}$, anziché usare la formula $\left\{\propto = 2 \cdot \frac{\propto}{2} = 2 \cdot \arctan\left(\frac{d_{AB}/2}{L}\right)\right\}$, come se fosse vero che in un triangolo isoscele AOB la base AB è uguale all'altezza OH per la tangente dell'angolo al vertice; ciò non è vero, ma per angoli $\propto$ molto piccoli, come qui dell'ordine di $10^{-7} rad$, vale l'approssimazione $\tan \propto \approx \propto \approx \sin \propto$, ad esempio

α	tan α	sin α
4,00E-03	4,00E-03	4,00E-03
4,00E-02	4,00E-02	4,00E-02
4,00E-01	4,23E-01	3,89E-01

perciò anche negli esercizi #48, #50 e #55 avremmo potuto fare la suddetta approssimazione: ad esempio nel #50 anziché calcolare $\left\{d_{AB} = 2 \cdot 0{,}40 \cdot tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 1{,}15 \cdot 10^{-4}\ m\right\}$, avremmo potuto ottenere lo stesso risultato con $\{d_{AB} = 0{,}40 \cdot \tan \propto = 0{,}40 \cdot \propto = 1{,}15 \cdot 10^{-4}\ m\}$.