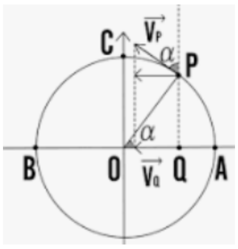
Esempi di esercizi sul MOTO ARMONICO

<*youmath*> moto circolare uniforme; <*google*, *et*> moto *armonico*; <*google*> moto del pendolo *semplice*

Scusa ove ravvisassi banalità, segnalami eventuali errori

Il moto armonico è quello di un corpo sul quale agisce una **forza proporzionale allo spostamento** e di verso opposto rispetto ad esso.

È un tipo di moto rettilineo che *possiamo studiare* osservando il moto circolare(*) di un punto P lungo un'ipotetica circonferenza e proiettando sul diametro le sue grandezze (posizione, velocità, accelerazione)




Del **moto circolare** ricordiamo la definizione di periodo, frequenza, velocità angolare

$$f = \frac{1}{T}, \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Nel **moto circolare** la velocità periferica e l'accelerazione centripeta valgono $v = \omega \cdot r,\quad a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$

dal che ricaviamo che nel **moto armonico** $v_{max} = \omega \cdot r$ e $a_{max} = \omega^2 r$

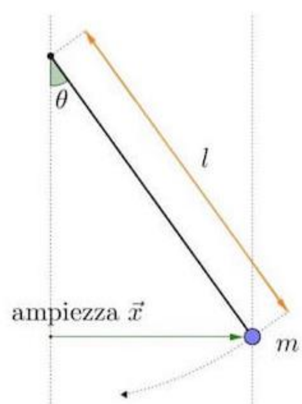
La **legge oraria del moto armonico** è proiezione del moto circolare $x(t) = A\cos(\omega t + \theta)$

e la sua velocità in funzione del tempo è la derivata della suddetta funzione $v(t) = -A\,\omega\, sin(\omega t)$

Vedi pagina onde per la funzione dell'**onda che si propaga**, con λ sua lunghezza d'onda.

[Pagina senza pretese di esaustività o imparzialità, modificata 11/02/2023; col colore grigio distinguo i miei commenti rispetto al testo attinto da altri]

*Pagine correlate*: aiuto allo studio in fisica, cinematica, moto circolare, onde




il periodo $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

non dipende dalla massa

*Moto armonico* del PENDOLO semplice

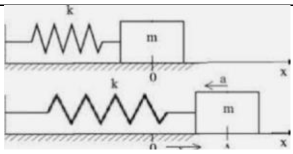
Nel pendolo semplice la massa m è sottoposta all'accelerazione di gravità $g$ che scomponiamo nella componente tangenziale $a$ e in quella annullata dalla tensione della corda; l'accelerazione $a = -g\ \sin\theta$

Siccome $\sin\theta = \frac{x}{l}$ avremo che $a = -g\ \frac{x}{l}$

Dunque l'accelerazione è funzione della posizione $x$ come si ha nel moto armonico(*) in cui l'accelerazione vale $a = -\omega^2 x$ dove ω è la pulsazione del moto armonico; sapendo che $\omega = \frac{2\pi}{T}$, deduciamo che il periodo $T$ di oscillazione di un pendolo semplice dipende dalla sua lunghezza e dalla accelerazione di gravità secondo la formula

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \text{ non dipende dalla massa}$$

(*) nel *moto armonico* $v_{max} = \omega r$ e $a_{max} = \omega^2 r$)




Legge oraria del moto

$x(t) = A\cos(\omega t + \theta)$

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ o $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

$v = -A \cdot \omega \cdot \sin(\omega t + \theta)$

Non confondere questa $v$ con la $v$ delle onde che si propagano

*Moto armonico* della molla, *OSCILLATORE ARMONICO*

Ad esempio è il moto di un oggetto agganciato ad una molla libero di oscillare su un piano orizzontale senza attrito sotto l'effetto della forza elastica che sappiamo essere $F = -kx$ essendo $x$ lo spostamento rispetto alla posizione a riposo; l'oggetto raggiungerà la velocità massima nella posizione di riposo e il suo valore è $v_{max} = \omega x$, dove $x$ è lo spostamento massimo rispetto alla posizione di riposo, dunque $v_{max} = \omega A$;

l'oggetto sarà sottoposto all'accelerazione massima quando si troverà nella posizione più distante da quella di riposo e sarà $a_{max} = \omega^2 A$

La frequenza non è influenzata né dalla ampiezza $A$ né dalla *costante di fase* $\theta$: quest'ultima indicherebbe la posizione iniziale dell'oscillazione.

↑2023.01.25 <daUnLibroDitesto>

#1 una massa di 50g è attaccata a una molla e oscilla con un'ampiezza di 15 cm e un periodo di 3,0 s.

Calcola la velocità massima con cui si muove nell'oscillazione.
Risp: $v_{max} = \omega x = \frac{2\pi}{T} x = \frac{2\pi}{3} 0{,}15 = 31{,}4$ cm/s; nota l'indifferenza della massa, perché è stato dato il periodo che è determinato dalla massa e dalla costante elastica della molla; sarebbe stato più lineare il problema se, avendo dato il periodo, non avesse dato la massa, oppure se, invece di dare il periodo, avesse dato la massa e la costante elastica, valori dai quali avremmo ricavato il periodo $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

#6 l'equazione oraria della posizione di un oggetto in moto armonico è $x(t) = 0{,}3\cos(12{,}56\, t)$. Calcola la velocità massima dell'oggetto durante l'oscillazione e la velocità all'istante $t = 0{,}1\ s$. Vediamo che $\omega = 12{,}56$, $A = 0{,}3$, $v_{max} = \omega A = 3{,}768\ m/s$.
La velocità in funzione del tempo è la derivata della legge oraria, dunque $v(t) = -A\,\omega\, sin(\omega t)$, dunque $v(0{,}1) = -3{,}582\ m/s$

↑2019.02.20 un pendolo semplice viene utilizzato per misurare l'accelerazione di gravità sulla Luna, dove il suo periodo è 4,9 s. Sapendo che il suo periodo misurato sulla Terra sarebbe di 2 s, calcola con approssimazione a due decimali l'accelerazione di gravità lunare.
Il periodo di oscillazione di un pendolo dipende dalla sua lunghezza e dalla accelerazione di gravità

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Indichiamo l la lunghezza del pendolo, con $T_1$ il periodo sulla Terra (dove sappiamo che l'accelerazione di gravità $g_1$=9,8m/s²), con $T_2$ il periodo sulla Luna, con $g_2$ la nostra incognita da trovare, avremo
$T_1$ = 2πRadq(l/$g_1$)   $T_2$ = 2πRadq(l/$g_2$)    $T_1/T_2$ = Radq($g_2/g_1$) e da qui,
$g_2 = g_1 \cdot T_1^2/T_2^2$ = 9,81·2²/4,9² = 1,63 m/s²