381 $\lim\limits_{x \to +\infty}\left(\dfrac{1}{x-2}+\dfrac{x+2x^3}{4x^3+x+1}\right)$ $\left[\dfrac{1}{2}\right]$

382 $\lim\limits_{x \to +\infty}\dfrac{2x+1}{\sqrt{9x^2+1}}$ $\left[\dfrac{2}{3}\right]$

383 $\lim\limits_{x \to -\infty}\dfrac{2x+1}{\sqrt{9x^2+1}}$ $\left[-\dfrac{2}{3}\right]$

384 $\lim\limits_{h \to 0}\dfrac{\sqrt{1+2h}-1}{h}$ $[1]$

385 $\lim\limits_{x \to +\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x+2}-\dfrac{x^2+1}{x-2}\right)$ $[-4]$

386 $\lim\limits_{x \to +\infty}\left(\sqrt{4x^2+1}-2x-1\right)$ $[-1]$

387 $\lim\limits_{x \to 2}\dfrac{\sqrt{x+7}-3}{2x-x^2}$ $\left[-\dfrac{1}{12}\right]$

388 $\lim\limits_{t \to 2}\dfrac{2t^2-8}{(2t-3)^2-1}$ $[2]$

389 $\lim\limits_{x \to +\infty}\dfrac{1+\sqrt{x}+\sqrt{4x}}{2+\sqrt{9x}}$ $[1]$

390 $\lim\limits_{x \to +\infty}\left(\sqrt{x^2+2x+4}-2x\right)$ $[-\infty]$

391 $\lim\limits_{x \to -\infty}\dfrac{\sqrt{4x^2+5}}{x+3}$ $[-2]$

392 $\lim\limits_{x \to +\infty}\left(\sqrt{x^2+16}-\sqrt{x^2-16}\right)$ $[0]$

393 $\lim\limits_{x \to 3}\dfrac{x^2-9}{(2x-1)^2-(x+2)^2}$ $\left[\dfrac{3}{5}\right]$

394 $\lim\limits_{x \to 9}\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}-3}-\dfrac{6}{x-9}\right)$ $\left[\dfrac{1}{6}\right]$

395 $\lim\limits_{x \to +\infty}\dfrac{3x^2-x|x|+x+1}{x^2-1}$ $[2]$

396 $\lim\limits_{x \to -\infty}\dfrac{3x^2-x|x|+x+1}{x^2-1}$ $[4]$

397 $\lim\limits_{x \to +\infty}\dfrac{2x^2+|x^2-4|}{2x^2-|x^2-4|}$ $[3]$

398 $\lim\limits_{x \to -\infty}\dfrac{2x^2+|x^2-4|}{2x^2-|x^2-4|}$ $[3]$

399 $\lim\limits_{x \to 2}\dfrac{x^2-2x}{x^3-x-6}$ $\left[\dfrac{2}{11}\right]$

400 $\lim\limits_{x \to 1}\dfrac{\sqrt[4]{x}-1}{x-1}$ $\left[\dfrac{1}{4}\right]$

401 $\lim\limits_{x \to 1}\dfrac{x^6-1}{x^4-1}$ $\left[\dfrac{3}{2}\right]$

402 $\lim\limits_{x \to -1}\dfrac{x^3+x^2+2x+2}{x^2-1}$ $\left[-\dfrac{3}{2}\right]$

403 $\lim\limits_{x \to +\infty}\left(\sqrt[3]{x^3+2x^2+1}-x\right)$ $\left[\dfrac{2}{3}\right]$

404 $\lim\limits_{x \to a}\dfrac{(x+2a)^2-9x^2}{x^2-a^2}$, con $a \neq 0$ $[-6]$

405 $\lim\limits_{x \to a}\dfrac{x^2+2ax-3a^2}{x^2-3ax+2a^2}$, con $a \neq 0$ $[-4]$

406 $\lim\limits_{x \to k}\dfrac{(x+k)^3-k^3}{x}$ $[7k^2]$

407 Determina, al variare di $n \in \mathbf{N}$, $\lim\limits_{x \to 2}\dfrac{(x-2)^n}{x^2+3x-10}$. $\left[\text{Se } n=0, \text{ il limite vale } \infty, \text{ se } n=1, \text{ vale } \dfrac{1}{7}, \text{ se } n>1, \text{ vale } 0\right]$

408 Determina, al variare di $n \in \mathbf{N}$, $\lim\limits_{x \to +\infty}\dfrac{(x-2)^n}{x^2+3x-10}$. $[\text{Se } n<2, \text{ il limite vale } 0, \text{ se } n=2, \text{ vale } 1, \text{ se } n>2, \text{ vale } +\infty]$

409 Determina k in modo che $\lim\limits_{x \to k}\dfrac{x^2-4x-5}{x-k}$ esista finito. In corrispondenza di questi valori di k, calcola il limite.
$[k=-1 \vee k=5; \text{ per } k=-1 \text{ il limite vale } -6, \text{ per } k=5 \text{ il limite vale } 6]$

410 Determina k in modo che $\lim\limits_{x \to 2}\dfrac{x^2-5x+k}{x^2-4}$ esista finito. In corrispondenza di questo valore di k, calcola il limite.
$\left[k=6; \text{ il limite vale } -\dfrac{1}{4}\right]$

411 Determina a e b in modo che $\lim\limits_{x \to +\infty}\left(\dfrac{x^2+x+1}{2x-1}-ax-b\right)=-1$. $\left[a=\dfrac{1}{2}, b=\dfrac{7}{4}\right]$

412 Determina k in modo che $\lim\limits_{x \to +\infty}\sqrt{x^2+1}\left(\sqrt{x^2+k}-x\right)=3$. $[k=6]$

413 Determina k in modo che $\lim\limits_{x \to -\infty}\sqrt{x^2-1}\left(\sqrt{x^2+k}+x\right)=4$. $[k=8]$

414 Determina $a>0$ in modo che $\lim\limits_{x \to 0}\dfrac{a-\sqrt{a^2-x^2}}{x^2}=2$. $\left[a=\dfrac{1}{4}\right]$

415 Determina $a>0$ in modo che $\lim\limits_{x \to 0}\dfrac{\sqrt{a^2+ax+x^2}-\sqrt{a^2-ax+x^2}}{\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}}=3$. $[a=9]$

#4-11 determinare a e b affinché
pag 125

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+x+1}{2x-1} - ax - b = -1$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+x+1-ax(2x-1)-b(2x-1)}{2x-1} = -1$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{(1-2a)x^2+(1+a-2b)x+1+b}{1-2x} = 1$$

se il rapporto del NUM/DEN = 1
occorre che il termine x^2 scompaia,
altrimenti il limite sarebbe infinito,
quindi $1-2a=0$ cioè $-2a=-1$ cioè $a=\frac{1}{2}$

e riscrivo

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\left(1+\frac{1}{2}-2b\right)x+1+b}{1-2x} = 1$$

perché il limite del rapporto NUM/DEN
sia 1, occorre che i coefficienti della x
siano uguali, cioè $\frac{3}{2}-2b=-2$

cioè $-2b=-2-\frac{3}{2}$

$$-2b=\frac{-7}{2}$$

$$b=-\frac{7}{2}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{7}{4}$$

410 pag 125

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2-5x+k}{x^2-4}$$ sia finito

il denom. tende a zero
il numeratore può essere 0 o $\neq 0$
se $= 0$ è forma indeterminata
se $\neq 0$ il lim. è infinito,
quindi non finito. A meno
che non troviamo un k che
risolva l'indeterminazione, cioè
scomponendo, ad esempio con $k=6$

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2-5x+6}{(x+2)(x-2)} = \frac{(x-3)\cancel{(x-2)}}{(x+2)\cancel{(x-2)}} = -\frac{1}{4}$$

412 pag 125 determina k in modo che

$$\lim_{x\to+\infty} \sqrt{x^2+1}\cdot\left(\sqrt{x^2+k}-x\right)=3$$ moltiplico e divido per ..

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{(x^2+1)}\cdot\sqrt{x^2+1}\cdot\left(\sqrt{x^2+k}-x\right)\left(\sqrt{x^2+k}+x\right)}{\sqrt{x^2+1}\cdot\left(\sqrt{x^2+k}+x\right)}=3$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{(x^2+1)\left(x^2+k-x^2\right)}{\text{idem}}=3$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{kx^2+k}{\sqrt{x^2+1}\cdot\left(\sqrt{x^2+k}+x\right)}=3$$

per x che tende all'∞ possiamo trascurare le aggiunte di valori costanti come 1 e k

vedi perché a pagina seguente

$$\lim_{x\to\infty} \frac{kx^2}{\sqrt{x^2}\cdot\left(\sqrt{x^2}+x\right)}=3$$

attenzione: $\sqrt{x^2}=|x|$ non $=x$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{kx^2}{|x|\cdot(\underbrace{|x|+x}_{2x})}=3$$

per $x\to+\infty$ $|x|=x$

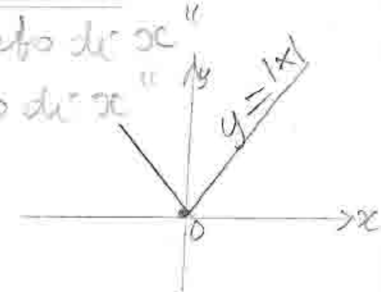
$$\lim_{x\to\infty} \frac{kx^2}{2x^2}=3$$

$$\frac{k}{2}=3$$

$$k=6$$

legenda: $|x|$ si legge "valore assoluto di x" oppure anche "modulo di x"

e significa che $\begin{cases}|x|=x & \text{se } x\geq 0\\ |x|=-x & \text{se } x<0\end{cases}$



#412 perché per $x \Rightarrow \infty$ posso trascurare l'aggiunta di costanti ?

es. di #412 pag 125

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{Kx^2+K}{\sqrt{x^2+1}\cdot\left(\sqrt{x^2+K}+x\right)}$$

raccolgo la potenza maggiore

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{Kx^2\left(1+\frac{1}{x^2}\right)}{\sqrt{x^2\left(1+\frac{1}{x^2}\right)}\cdot\left(\sqrt{x^2\left(1+\frac{K}{x^2}\right)}+x\right)}$$

per $x\to\infty$ $\frac{1}{x^2}=0$ $\frac{K}{x^2}=0$ perciò

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{Kx^2(1+0)}{\sqrt{x^2(1+0)}\cdot\left(\sqrt{x^2(1+0)}+x\right)}$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{Kx^2}{|x|\cdot(|x|+x)}$$

da qui prosegui come #412

---

per $x\to\infty$ potrei trascurare non solo l'aggiunta di costanti, ma anche di potenze minori: ad es.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{3x^4-4x^2+x-5}{5x^4-3x^3-1}$$ potrei dire subito che $=\frac{3}{5}$

perché ...

$$\lim_{x\to\infty} \frac{3x^4\left(1-\frac{4x^2}{3x^4}+\frac{x}{3x^4}-\frac{5}{3x^4}\right)}{5x^4\left(1-\frac{3x^3}{5x^4}-\frac{1}{5x^4}\right)} = \frac{3\left(1-\frac{4}{3x^2}+\frac{1}{3x^3}-\frac{5}{3x^4}\right)}{5\left(1-\frac{3}{5x}-\frac{1}{5x^4}\right)}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{3(1-0+0-0)}{5(1-0-0)} = \frac{3}{5}$$

413 pag 125

determina k in modo che

$$\lim_{x \to -\infty} \sqrt{x^2-1}\left(\sqrt{x^2+k}+x\right) = 4$$

come nell'esercizio precedente, moltiplico e divido in modo da arrivare ad eliminare la x

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{x^2-1}\cdot\sqrt{x^2-1}\cdot\left(\sqrt{x^2+k}+x\right)\left(\sqrt{x^2+k}-x\right)}{\sqrt{x^2-1}\cdot\left(\sqrt{x^2+k}-x\right)} = 4$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{(x^2-1)\left(x^2+k-x^2\right)}{\text{idem}} = 4$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{kx^2-k}{\text{idem}}$$

per $x \to -\infty$ posso trascurare l'aggiunta o la sottrazione di costanti: vedi perché in pagina successiva alla #412

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{kx^2}{\sqrt{x^2}\cdot\left(\sqrt{x^2}-x\right)} = 4$$

attenzione: $\sqrt{x^2} = |x|$ non $= x$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{kx^2}{|x|\cdot\left(|x|-x\right)} = 4$$

per $x \to -\infty$, $-x = |x|$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{kx^2}{|x|\cdot 2\cdot|x|} = 4$$

$|x|\cdot|x| = x^2$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{kx^2}{2x^2} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{k}{2} = 4 \Rightarrow k = 8$$

414 pag 125 determina $a>0$ in modo che

$$\lim_{x\to 0} \frac{a-\sqrt{a^2-x^2}}{x^2}=2$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{a^2-(a^2-x^2)}{x^2\cdot\left(a+\sqrt{a^2-x^2}\right)}=2$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\cancel{x^2}}{\cancel{x^2}\left(\qquad\right)}=2$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{1}{a+\sqrt{a^2-x^2}}=2$$

$$\frac{1}{a+\sqrt{a^2}}=2$$

$$\frac{1}{a+|a|}=2$$ siccome $a>0$ allora $|a|=a$

$$\frac{1}{2a}=2$$

$$2a=\frac{1}{2}$$

$$a=\frac{1}{4}$$

415 pag 125 determina $a>0$ in modo che

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{a^2+ax+x^2}-\sqrt{a^2-ax+x^2}}{\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}} = 3$$

moltiplico sopra e sotto per sfruttare la differenza di 2 quadrati con binomio somma·bin diff.

$$\lim_{x\to 0} \frac{(a^2+ax+x^2-a^2+ax-x^2)(\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x})}{(a+x-a+x)(\sqrt{a^2+ax+x^2}+\sqrt{a^2-ax+x^2})} = 3$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\cancel{2}a\cancel{x}(\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x})}{\cancel{2}\cancel{x}(\sqrt{a^2+ax+x^2}+\sqrt{a^2-ax+x^2})} = 3$$

per $x\to 0$ possiamo scrivere

$$\frac{a(\sqrt{a}+\sqrt{a})}{\sqrt{a^2}+\sqrt{a^2}} = 3$$

$$\frac{a\cdot 2\sqrt{a}}{|a|+|a|} = 3$$

se $a>0$
$|a| = a$

$$\frac{a\cdot \cancel{2}\sqrt{a}}{\cancel{2}a} = 3$$

$$\sqrt{a} = 3$$

$$a = 9$$